

Dette settet består av 15 deloppgaver, og en bonusoppgave. Hver deloppgave gir maksimalt 6p, og 90p regnes som 100% score.

Alle svar skal begrunnes. Det blir lagt vekt på at framgangsmåte og resultat presenteres klart, presist og kortfattet når besvarelsen evalueres.

Oppgave 1.

Et spill foregår ved at du kaster en blå terning, og motspilleren kaster en rød terning. Du vinner dersom blå terning viser flere øyne enn rød terning.

- Hva er sannsynligheten for at du vinner?
- Hva er sannsynligheten for at du vinner minst 20 ganger om du spiller 50 ganger?

Du får vite at hver gang du spiller, er gevinsten lik innsatsen dersom du vinner, og at du taper hele innsatsen dersom du taper. Du starter med 2.000 kr, og bestemmer deg for følgende strategi: I hvert spill satser du alle pengene du har. Du slutter å spille hvis du har mer enn 30.000 kr eller har tapt alt.

- Finn forventetningsverdien for samlet gevinst og sannsynligheten for å tape alt.

Oppgave 2.

Du bestemmer deg for å undersøke om det er noe galt med den blå terningen, og planlegger flere hypotesetester som baserer seg på utfallet av 25 terningkast. Deretter kaster du den blå terningen og observerer disse resultatene:

1	4	4	3	6	6	3	4	4	2	4	1	1	6	2
5	3	3	4	4	1	3	3	1	4					

- I den første hypotesetesten undersøker du om sannsynligheten for å slå fem eller seks er mindre enn $1/3$ på signifikansnivå 10%. Beskriv hypotesene og testobservatoren, og finn forkastningsområdet. Hva blir resultatet av testen?
- I den andre hypotesetesten undersøker du om gjennomsnittlig antall øyne på den blå terningen er forskjellig fra 3.5. Beskriv hypotesene og testobservatoren, og finn p -verdien.
- Du gjør en hypotesetest for å undersøke om sannsynligheten for å slå 1 er større enn $1/6$ på signifikansnivå 5%. Denne gangen kaster du terningen 100 ganger, og finner en p -verdi på 0.043. Hva blir resultatet av testen?

Oppgave 3.

- La X være en normalfordelt variabel med $E(X) = 123$ og $\text{Var}(X) = 121$. Bestem sannsynligheten for at $120 < X < 130$.
- La Y være en stokastisk variabel med tetthetsfunksjon gitt ved $f(y) = |y|$ for $-1 \leq y \leq 1$, og $f(y) = 0$ ellers. Bestem $E(Y)$.
- En bedrift har to maskiner A og B som produserer enheter av samme type. Maskin A står for 80% av produksjonen, mens B står for de resterende 20% av produksjonen. Man har erfart at blant enheter produsert av maskin A er 5% defekte, mens det tilsvarende tallet for maskin B er 1%. Hva er sannsynligheten for at en defekt enhet er produsert av maskin A?

Oppgave 4.

Vi kaster en blå og en rød terning. La X være antall øyne på den blå terningen, og Y være antall øyne på den røde terningen.

- Regn ut $E(X)$ og $E(X - Y)$.
- Bestem $\text{Var}(X - Y)$ og $\text{Cov}(X + Y, X - Y)$.
- Er $X - Y$ og $X + Y$ uavhengige stokastiske variabler?

Oppgave 5.

Tabellen nedenfor viser kvartalsvis totalavkastning for selskapet Bakkafrost (B) og for hovedindeksen (O) på Oslo Børs for årene 2013-2015:

	2013				2014				2015			
B	0.099	0.125	0.131	0.155	0.042	0.257	0.159	0.209	0.042	0.240	0.298	-0.038
O	0.061	-0.005	0.070	0.094	0.024	0.100	-0.014	-0.055	0.075	0.016	-0.075	0.049

- Finn korrelasjonskoeffisienten, og estimér regresjonlikningen. Bruk avkastningen til Bakkafrost som responsvariabel og avkastningen til hovedindeksen som forklaringsvariabel.
- Finn et 90% konfidensintervall for stigningstallet β til regresjonslinjen, og tolk dette resultatet.
- Undersøk om det er sammenheng mellom avkastningene på signifikansnivå 5%.

Oppgave 6. Bonusoppgave

Vi kaster en mynt slik at den lander på et gulv som består av kvadratiske fliser. Flisene er 15×15 og mynten har diameter 6. Hva er sannsynligheten for at mynten havner helt innenfor en flis?