

## Veiledningsoppgaver

### Oppgave 1.

Vi antar at  $X$  er en normalfordelt variabel, med  $X \sim N(\mu, \sigma)$ , og gjør  $n = 25$  uavhengige trekninger  $X_1, X_2, \dots, X_n$  fra variabelen  $X$ . Vi observerer verdiene  $x_1, x_2, \dots, x_n$  gitt i tabellen nedenfor.

104	109	111	109	87	86	80	119	88	122
91	103	99	108	96	104	98	98	83	107
79	87	94	92	97					

- Vis at observatoren  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  er en forventningsrett estimator for  $\mu$ .
- Finn variansen og standardfeilen til  $\bar{X}$ .
- Finn et punkttestimat for  $\mu$ .
- Skriv ned et uttrykk for observatoren  $S^2$ , og vis at den er en forventningsrett estimator for  $\sigma^2$ .
- Finn et punkttestimat for  $\sigma^2$ .

### Oppgave 2.

Vi antar at  $X$  er binomisk fordelt variabel med parametre  $n$  og  $p$ . Vis at estimatoren  $\hat{p} = X/n$  for sannsynligheten  $p$  er forventningsrett, og finn dens varians.

### Oppgave 3.

Omsetningstall for iskrem på tilfeldige sommerdager i en kiosk i 2018 er gitt i tabellen nedenfor.

23	78	34	144	290	12	10	34	11	101
15	2	72	81	49					

- Illustrer fordelingen av omsetning med et histogram. Bruk en frekvensstabell til å gjøre dette. Hvilket begrep fra sannsynlighetsteori forsøker vi å estimere ved hjelp av et histogram?
- Beregn gjennomsnitt, median og modus fra utvalget. Hvordan tolker vi dette? Hvilke begrep fra sannsynlighetsteori forsøker vi å estimere ved hjelp av disse målene?
- Beregn første og tredje kvartil, og illustrer fordelingen med et boksplott.
- Beregn variasjonsbredden, kvartilbredde, variansen, standardavviket og variasjonskoeffisienten til utvalget. Forklar hva tolkningen til disse målene er. Hvilke begreper fra sannsynlighetsteori forsøker vi å estimere?

#### Oppgave 4.

Vi har en populasjon med ukjent forventning  $\mu$  og ukjent varians  $\sigma^2$ . Vi har i to omganger tatt forskjellige utvalg fra populasjonen, og vi har et utvalgsgjennomsnitt  $X_1 = 12$  basert på en utvalgsstørrelse på 10 og et utvalgsgjennomsnitt  $X_2 = 20$  basert på en utvalgsstørrelse på 40.

- Er  $X_1$  og  $X_2$  forventningsrette estimatorene for  $\mu$ ?
- Hva er standardfeilen til  $X_1$  og  $X_2$ ?
- Det kan være lurt å kombinere informasjon fra de to utvalgene. Vi lager to nye estimatorene  $X_3 = 0.5X_1 + 0.5X_2$  (gjennomsnittet av de to vi hadde fra før) og  $X_4 = 0.2X_1 + 0.8X_2$  (et veid gjennomsnitt). Hva er standardfeilen til de to nye estimatorene?

#### Oppgave 5. Eksamen BI 2018

Følgende datasett viser antall poeng på eksamen og antall timer forberedelse i løpet av semesteret for en tilfeldig gruppe studenter:

Studentnr	Poeng	Timer
1	45	150
2	67	170
3	99	200
4	35	170
5	46	100

- Beregn gjennomsnitt, median og modus for antall timer.
- Beregn og tolk varianser og kovarianser for utvalget. Regn om til andre spredningsmål om det er nyttig for å tolke.
- Estimer regresjonslikningen med poeng som avhengig variabel og timer som uavhengig variabel. Illustrer dataene i et spredningsdiagram og tegn inn den estimerte regresjonslinjen.
- Tolk de estimerte koeffisientene.

#### Oppgave 6.

Oppgaver fra læreboken [L]: 6.2 - 6.7, 2.14, 2.15, 2.18, 2.21, 2.22

### Svar på veiledningsoppgaver

#### Oppgave 1.

a)  $E(\bar{X}) = \mu$                       b)  $\text{Var}(\bar{X}) = \sigma^2/n$  og standardfeilen er  $\sigma/\sqrt{n}$                       c)  $\bar{x} = 98.04$

d)  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  og  $E(S^2) = \sigma^2$                       e)  $s_x^2 = 133.71$

**Oppgave 2.**

$$E(X/n) = p \text{ og } \text{Var}(X/n) = p(1-p)/n$$

**Oppgave 3.**

- a) Bruk for eksempel intervallbredde 50
- b)  $\bar{x} = 63.73$ , median og modus er 34
- c) nedre kvartil er 12 og øvre kvartil er 81
- d) variasjonsbredde er 288, kvartilbredde er 69,  $s_x^2 = 5555.2$ ,  $s_x = 74.53$ , variasjonskoeffisienten er 117%

**Oppgave 4.**

- a) Ja
- b)  $\text{SE}(X_1) = \sigma/\sqrt{10}$ ,  $\text{SE}(X_2) = \sigma/\sqrt{40}$
- c)  $\text{SE}(X_3) = \sigma/\sqrt{32}$ ,  $\text{SE}(X_4) = \sigma/\sqrt{50}$

**Oppgave 5.**

- a)  $\bar{x} = 158$ , median og modus er 170
- b)  $s_x^2 = 1370$ ,  $s_x \approx 37.01$ ,  $s_y^2 = 650.8$ ,  $s_y \approx 25.51$ ,  $s_{xy} = 588.5$ ,  $\rho \approx 0.623$
- c)  $y = -9.47 + 0.43x$