

Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

Vi antar at X er en normalfordelt variabel, med $X \sim N(\mu, \sigma)$, og gjør $n = 25$ uavhengige trekninger X_1, X_2, \dots, X_n fra variabelen X . Vi observerer verdiene x_1, x_2, \dots, x_n gitt i tabellen nedenfor.

104	109	111	109	87	86	80	119	88	122
91	103	99	108	96	104	98	98	83	107
79	87	94	92	97					

- Vis at observatoren $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ er en forventningsrett estimator for μ .
- Finn variansen og standardfeilen til \bar{X} .
- Finn et punktestimat for μ .
- Skriv ned et uttrykk for observatoren S^2 , og vis at den er en forventningsrett estimator for σ^2 .
- Finn et punktestimat for σ^2 .

Oppgave 2.

Vi antar at X er binomisk fordelt variabel med parametre n og p . Vis at estimatoren $\hat{p} = X/n$ for sannsynligheten p er forventningsrett, og finn dens varians.

Oppgave 3.

Vi har en populasjon med ukjent forventning μ og ukjent varians σ^2 . Vi har i to omganger tatt forskjellige utvalg fra populasjonen, og vi har et utvalgsgjennomsnitt $X_1 = 12$ basert på en utvalgsstørrelse på 10 og et utvalgsgjennomsnitt $X_2 = 20$ basert på en utvalgsstørrelse på 40.

- Er X_1 og X_2 forventningsrette estimatorer for μ ?
- Hva er standardfeilen til X_1 og X_2 ?
- Det kan være lurt å kombinere informasjon fra de to utvalgene. Vi lager to nye estimatorer $X_3 = 0.5X_1 + 0.5X_2$ (gjennomsnittet av de to vi hadde fra før) og $X_4 = 0.2X_1 + 0.8X_2$ (et veid gjennomsnitt). Hva er standardfeilen til de to nye estimatorene?

Oppgave 4.

Omsetningstall for iskrem på tilfeldige sommerdager i en kiosk i 2018 er gitt i tabellen nedenfor.

23	78	34	144	290	12	10	34	11	101
15	2	72	81	49					

- a) Illustrer fordelingen av omsetning med et histogram. Bruk en frekvensstabell til å gjøre dette. Hvilket begrep fra sannsynlighetsteori forsøker vi å estimere ved hjelp av et histogram?
- b) Beregn gjennomsnitt, median og modus fra utvalget. Hvordan tolker vi dette? Hvilke begrep fra sannsynlighetsteori forsøker vi å estimere ved hjelp av disse målene?
- c) Beregn første og tredje kvartil, og illustrer fordelingen med et boksplott.
- d) Beregn variasjonsbredden, kvartilbredde, variansen, standardavviket og variasjonskoeffisienten til utvalget. Forklar hva tolkningen til disse målene er. Hvilke begreper fra sannsynlighetsteori forsøker vi å estimere?

Oppgave 5. Eksamen BI 2018

Følgende datasett viser antall poeng på eksamen og antall timer forberedelse i løpet av semesteret for en tilfeldig gruppe studenter:

Studentnr	Poeng	Timer
1	45	150
2	67	170
3	99	200
4	35	170
5	46	100

- a) Beregn gjennomsnitt, median og modus for antall timer.
- b) Beregn og tolk varianser og kovarianser for utvalget. Regn om til andre spredningsmål om det er nyttig for å tolke.
- c) Estimér regresjonslikningen med poeng som avhengig variabel og timer som uavhengig variabel. Illustrér dataene i et spredningsdiagram og tegn inn den estimerte regresjonslinjen.
- d) Tolk de estimerte koeffisientene.

Oppgave 6.

Oppgaver fra læreboken [L]: 6.2 - 6.7, 2.14, 2.15, 2.18, 2.21, 2.22

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

- a) $E(\bar{X}) = \mu$
- b) $\text{Var}(\bar{X}) = \sigma^2/n$ og standardfeilen er σ/\sqrt{n}
- c) $\bar{x} = 98.04$
- d) $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ og $E(S^2) = \sigma^2$
- e) $s_x^2 = 133.71$

Oppgave 2.

$$E(X/n) = p \text{ og } \text{Var}(X/n) = p(1-p)/n$$

Oppgave 3.

- a) Ja b) $\text{SE}(X_1) = \sigma/\sqrt{10}$, $\text{SE}(X_2) = \sigma/\sqrt{40}$ c) $\text{SE}(X_3) = \sigma/\sqrt{32}$, $\text{SE}(X_4) = \sigma/\sqrt{50}$

Oppgave 4.

- a) Bruk for eksempel intervallbredde 50
b) $\bar{x} = 63.73$, median og modus er 34
c) nedre kvartil er 12 og øvre kvartil er 81
d) variasjonsbredde er 288, kvartilbredde er 69, $s_x^2 = 5555.2$, $s_x = 74.53$, variasjonskoeffisienten er 117%

Oppgave 5.

- a) $\bar{x} = 158$, median og modus er 170
b) $s_x^2 = 1370$, $s_x \approx 37.01$, $s_y^2 = 650.8$, $s_y \approx 25.51$, $s_{xy} = 588.5$, $\rho \approx 0.623$
c) $y = -9.47 + 0.43x$