

Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

Vi ønsker å undersøke om førsteårsstudenter på siviløkonomstudiet fra en bestemt videregående skole X oppnår høyere karakterer enn andre. Karaktersnittet for alle førsteårsstudenter på siviløkonomstudiet er 3.25.

- Vi skal bruke en hypotesetest. Definer hvilken parameter du vil se på. Hvilken nullhypotese og alternativ hypotese vil du bruke?
- Definer en testobservator for hypotesetesten, og beskriv formen på forkastningsområdet.
- Hva betyr Type I feil og Type II feil i denne situasjonen? Hva er sammenhengen mellom disse feilene og signifikansnivået til testen?
- Vi undersøker gjennomsnittskarakteren til fem tilfeldige utvalgte studenter fra videregående skole X , og finner verdiene i tabellen nedenfor. Bruk dette til å lage 90% og 95% konfidensintervall for gjennomsnittskarakteren for studenter fra skole X .
- Vi skal gjennomføre en hypotesetest med signifikansnivå $\alpha = 0.05$. Hvilke av de to konfidensintervallene kan brukes til å si noe om utfallet av hypotesetesten? Hva blir utfallet?
- Finn forkastningsområdet, og utfør hypotesetesten? Hva blir utfallet?
- Regn ut en p -verdi for hypotesetesten. Forklar hvordan du kan si om utfallet av hypotesetesten basert på p -verdien.

3.5	4.5	3	3.75	4.25
-----	-----	---	------	------

Oppgave 2.

Et alkometer, som brukes til å måle promille, registrerer ti måleverdier når en person blåser inn i måleren. Det er oppgitt av produsenten at $\sigma = 0.08$. Politiet skal bruke alkometeret til å foreta promillekontroller av båtførere, hvor den lovlige grensen er 0.8 promille.

- Formuler nullhypotese og alternativ hypotese for hypotesetesten knyttet til en måling.
- Bestem forkastningsområdet dersom signifikansnivået er $\alpha = 0.05$.
- Definer styrkefunksjonen, og regn ut $\gamma(0.80)$, $\gamma(0.85)$ og $\gamma(0.90)$.
- Hva betyr Type I feil og Type II feil i denne situasjonen? Beskriv sammenhengen mellom styrkefunksjonen og feil av Type I og II.
- En båtfører som blåser i måleren får verdiene i tabellen nedenfor registrert. Gjennomføre en hypotesetest med signifikansnivå $\alpha = 0.05$. Hva blir utfallet?

0.84	0.86	0.87	0.87	0.85	0.93	0.80	0.81	0.80	0.76
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Oppgave 3.

Oppgaver fra læreboken [L]: 6.10 - 6.11, 6.20 - 6.25

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

a) Parameteren μ er gjennomsnittskarakteren blant studenter fra skole X. Nullhypotesen H_0 er at $\mu \leq \mu_0 = 3.25$, og alternativhypotesen H_1 er $\mu > \mu_0 = 3.25$.

b) Vi kan bruke \bar{X} som testobservator, med forkastningsområde $\bar{X} > k$ for en konstant k , eller vi kan bruke

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

som testobservator, med forkastningsområde $T > t$ for en konstant t .

c) Type I feil er at vi forkaster H_0 når H_0 er sann. Vi beslutter altså at studenter fra skole X har høyere karakterer når det ikke er tilfellet. Type II feil er at vi ikke forkaster H_0 når H_1 er sann. Vi beslutter altså at studenter fra skole X ikke har høyere karakterer når de faktisk har det. Signifikansnivået er den høyeste sannsynlighet for Type I feil vi aksepterer.

d) Et 90% konfidensintervall for μ er $[3.23, 4.37]$ og et 95% konfidensintervall for μ er $[3.06, 4.54]$.

e) Det første konfidensintervallet gir $p(\mu \leq 3.23) = 0.10/2 = 0.05$ og er derfor det som er relevant om $\alpha = 0.05$. Siden intervallet inneholder verdier for μ som tilfredsstillende både H_0 og H_1 , kan vi ikke forkaste H_0 .

f) Bruker vi en T -test, er forkastningsområdet $T > t_\alpha$, og med $\alpha = 0.05$ og $n - 1 = 4$ frihetsgrader blir det $T > 2.13$. Regner vi ut testobservatoren T får vi $T = 2.06$. Vi forkaster ikke H_0 .

g) Vi regner ut p -verdien, som er sannsynligheten $p(T \geq 2.06)$ gitt at H_0 er sann (dvs gitt at $\mu = 3.25$), til å være $p = 0.054 > \alpha$. Siden $p > \alpha$, kan vi ikke forkaste H_0 .

Oppgave 2.

a) Nullhypotesen H_0 er at $\mu \leq \mu_0 = 0.8$, og alternativhypotesen H_1 er $\mu > \mu_0 = 0.8$.

b) Vi kan bruke Z som testobservator, og forkastningsområdet blir $Z > z_\alpha$ med $z_\alpha = 1.645$. Testobservatoren er

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Forkastningsområde kan også skrives om som $\bar{X} > 0.84$.

c) Styrkefunksjonen $\gamma(\mu)$ angir sannsynligheten for å bli tatt (at vi forkaster H_0) gitt at den virkelige promillen er μ . Vi har at $\gamma(0.80) = 0.05$, $\gamma(0.85) = 0.63$ og $\gamma(0.90) = 0.99$.

d) Type I feil er at vi forkaster H_0 når H_0 er sann. Vi beslutter altså at båtføreren har ulovlig promille når det ikke er tilfellet ('uskyldig dømt'). Type II feil er at vi ikke forkaster H_0 når H_1 er sann. Vi beslutter altså at båtføreren ikke har ulovlig promille når han faktisk har det ('slipper unna'). Sannsynlighet for feil av Type II for en person med $\mu > 0.8$ promille er $1 - \gamma(\mu)$.

e) Bruker vi en Z -test, er forkastningsområdet $Z > 0.84$, og med de ti registrerte målingene får vi $\bar{X} = 0.839$. Vi forkaster ikke H_0 .