

Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

Finn de stasjonære punktene til f , og klassifiser dem:

a) $f(x,y) = 2x + 3y$

b) $f(x,y) = x^2 + y^2$

c) $f(x,y) = 4x^2 - 6xy + 9y^2$

d) $f(x,y) = x^2 - 2x + 4y^2$

e) $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$

f) $f(x,y) = y^2 - x^3 + 3x$

g) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

h) $f(x,y) = \ln(x^2y^2 - x^2 - y^2 + 3)$

Oppgave 2.

Finn den lineære approksimasjonen til f omkring punktet $(1,1)$:

a) $f(x,y) = 2x + 3y$

b) $f(x,y) = x^2 + y^2$

c) $f(x,y) = 4x^2 - 6xy + 9y^2$

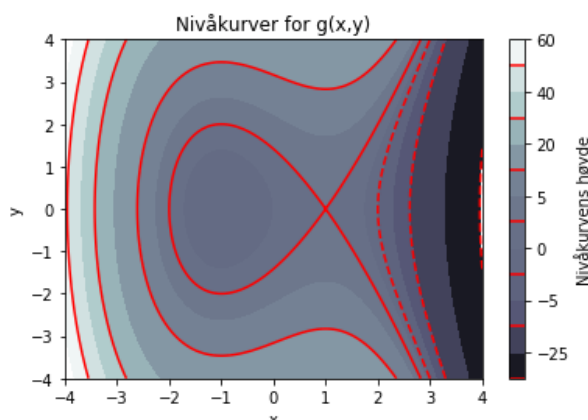
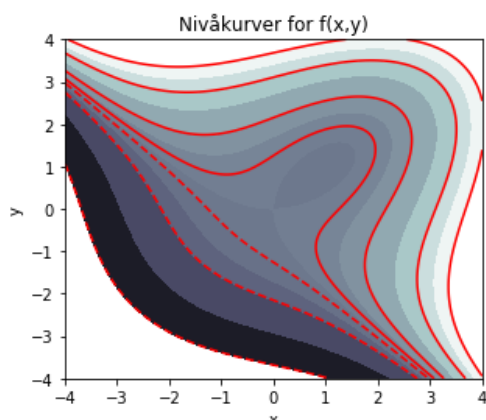
d) $f(x,y) = x^2 - 2x + 4y^2$

e) $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$

f) $f(x,y) = y^2 - x^3 + 3x$

Oppgave 3.

Nivåkurver for to funksjoner f og g i området $-4 \leq x, y \leq 4$ er vist i figurene nedenfor.



- Finn eventuelle lokale maksimumspunkter, minimumspunkter og sadelpunkter på tegningen.
- Funksjonene f og g er to av funksjonene fra Oppgave 1. Hvilke?

Oppgave 4.

Finn globale maksimums- og minimumspunkter, hvis de finnes:

a) $f(x,y) = 2x + 3y$

b) $f(x,y) = x^2 + y^2$

c) $f(x,y) = 4x^2 - 6xy + 9y^2$

d) $f(x,y) = x^2 - 2x + 4y^2$

e) $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$

f) $f(x,y) = y^2 - x^3 + 3x$

g) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

h) $f(x,y) = \ln(x^2y^2 - x^2 - y^2 + 3)$

Oppgave 5.

Finn alle stasjonære punkter og klassifiser dem:

a) $f(x,y) = xy(x^2 - y^2)$

b) $f(x,y) = x^2y + xy^3 + xy^2$

c) $f(x,y) = \sqrt{36 - 9x^2 - 4y^2}$

Oppgave 6.

Oppgaver fra læreboken: 7.4.1 - 7.4.4, 7.5.1 - 7.5.5

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

- a) ingen b) (0,0) er lokalt min. c) (0,0) er lokalt min. d) (1,0) er lokalt min.
e) (0,0) er sadelpunkt og (1,1) er lokalt min. f) (1,0) er sadelpunkt og (-1,0) er lokalt min.
g) ingen; (0,0) er kritisk punkt h) (0,0) er lokalt maks. og $(\pm 1, \pm 1)$ er sadelpunkt

Oppgave 2.

- a) $5 + 2(x - 1) + 3(y - 1)$ b) $2 + 2(x - 1) + 2(y - 1)$ c) $7 + 2(x - 1) + 12(y - 1)$
d) $3 + 8(y - 1)$ e) -1 f) $3 + 2(y - 1)$

Oppgave 3.

- a) f har lokalt min. i (1,1) og sadelpunkt i (0,0), og g har lokalt min. i (-1,0) og sadelpunkt i (1,0)
b) f er funksjonen i e) og g er funksjonen i f)

Oppgave 4.

- a) ingen globale maks./min. b) (0,0) er globalt min. c) (0,0) er globalt min.
d) (1,0) er globalt min. e) ingen globale maks./min. f) ingen globale maks./min.
g) (0,0) er globalt min. h) ingen globale maks./min.

Oppgave 5.

- a) (0,0) er sadelpunkt b) (0,0), (0, - 1) er sadelpunkt, $(3/25, - 3/5)$ er lokalt maks.
c) (0,0) er lokalt (og globalt) maks.

Oppgave 6.

Fullstendig løsning finnes i oppgaveboken [O].