

Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

Regn ut lengden av vektorene \mathbf{u} og \mathbf{v} , og arealet av parallelogrammet utspent av disse vektorene. Vis figur.

$$\text{a) } \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \text{b) } \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \text{c) } \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -12 \end{pmatrix}$$

Oppgave 2.

Regn ut lengden av vektorene \mathbf{u} , \mathbf{v} og \mathbf{w} , og volumet av parallelepipedet utspent av disse vektorene. Tegn figur om du kan.

$$\text{a) } \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \text{b) } \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Oppgave 3.

Regn ut determinantene:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \qquad \text{b) } \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \qquad \text{c) } \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} \qquad \text{d) } \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} \qquad \text{e) } \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} \qquad \text{f) } \begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix}$$

Oppgave 4.

Regn ut determinantene:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix} \qquad \text{b) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} \qquad \text{c) } \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix} \qquad \text{d) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \qquad \text{e) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \end{vmatrix}$$

Oppgave 5.

Regn ut determinantene, og avgjør når determinantene er null:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 2 & a \\ a & 8 \end{vmatrix} \qquad \text{b) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 1 & a & 9 \end{vmatrix} \qquad \text{c) } \begin{vmatrix} a & 1 & 7 \\ 0 & 1-a & a \\ 0 & 0 & 2a \end{vmatrix} \qquad \text{d) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & a & 3 \\ 1 & a & 1 \end{vmatrix} \qquad \text{e) } \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}$$

Oppgave 6.

Regn ut determinantene:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \qquad \text{b) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix} \qquad \text{c) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & \sqrt{3} & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Oppgave 7.

Når $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ og $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, kan vi tenke på matrisen

$$X = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

som en *blokk-matrise* og skrive den $X = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$, hvor hver av de fire blokkene er en 2×2 -matrise.

- a) Regn ut $|X|$ b) Vis at $|X| = |A| \cdot |B|$ c) Finn $\begin{vmatrix} A & B \\ 0 & C \end{vmatrix}$ når C er en 2×2 -matrise med $|C| = 4$

Oppgave 8.

Oppgaver fra læreboken: 6.4.1 - 6.4.3

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

- a) $\|\mathbf{u}\| = \|\mathbf{v}\| = 5, A = 25$ b) $\|\mathbf{u}\| = \|\mathbf{v}\| = 5, A = 24$ c) $\|\mathbf{u}\| = \|\mathbf{v}\| = 13, A = 169$

Oppgave 2.

- a) $\|\mathbf{u}\| = \|\mathbf{w}\| = 1, \|\mathbf{v}\| = 2, V = 2$ b) $\|\mathbf{u}\| = \|\mathbf{w}\| = \sqrt{3}, \|\mathbf{v}\| = \sqrt{21}, V = 6$

Oppgave 3.

- a) 2 b) -2 c) 2 d) -2 e) 0 f) $ac - b^2$

Oppgave 4.

- a) 2 b) 2 c) 0 d) 6 e) $(1-a)(1-b)(b-a)$

Oppgave 5.

- a) Determinant $16 - a^2$, den er null for $a = \pm 4$ b) Determinant $-a^2 + 2a + 7$, den er null for $a = 1 \pm \sqrt{8}$ c) Determinant $2a^2(1-a)$, den er null for $a = 0$ og $a = 1$
d) Determinant $4 - 2a$, den er null for $a = 2$ e) Determinant $(a-1)^2(a+2)$, den er null for $a = 1$ og $a = -2$

Oppgave 6.

- a) 4 b) -10 c) -12

Oppgave 7.

- a) 10 b) $10 = (-10) \cdot (-1)$ c) -40

Oppgave 8.

Fullstendig løsning finnes i oppgaveboken [O].