

Oppgavesettet er på to sider. Alle underpunkter vektet likt. Bestått krever minst 60% score. **Alle svar skal begrunnes. Det blir lagt vekt på at framgangsmåte og resultat presenteres klart, presist og kortfattet når besvarelsen evalueres.**

Denne oppgaven skal leveres digitalt, som én pdf-fil. Skriv gjerne for hånd (nesten alltid best) og skann inn besvarelsen. Sjekk at resultatet er lett å lese, blyantskrift kan gi dårlige filer.

Oppgave 1.

Regn ut de ubestemte integralene:

$$\text{a) } \int 6\sqrt{x} \, dx \qquad \text{b) } \int \frac{2}{x^2} \, dx \qquad \text{c) } \int 2x(1 - 6x^2) \, dx \qquad \text{d) } \int 12(1 - x)^5 \, dx$$

Oppgave 2.

Bruk Gauss-eliminering til å løse de lineære systemene. Vis elementære radoperasjoner, marker pivotposisjonene i trappeformen, og angi antall løsninger.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{array}{rcl} x & - & 2y & + & 3z & = & 6 \\ 2x & & & - & z & = & 1 \\ -x & - & 2y & + & 6z & = & 7 \end{array} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \text{b) } \begin{array}{rcl} x & + & 2y & + & 4z & = & 5 \\ -3x & + & y & + & 5z & = & -5 \\ 5x & + & 3y & + & 3z & = & 15 \end{array} \end{array}$$

Oppgave 3.

Regn ut følgende uttrykk når matrisene A og B er gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{a) } A^2 \qquad \text{b) } A^{-1} \qquad \text{c) } AB + BA$$

Oppgave 4.

Vi ser på funksjonen gitt ved

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{x + 3}$$

- a) Regn ut $f'(x)$, og avgjør når f er voksende og avtagende.
- b) Finn maksimums- og minimumsverdiene for f , dersom de eksisterer.

Oppgave 5.

Regn ut de ubestemte integralene:

$$\text{a) } \int \frac{e^x}{1 + e^x} \, dx \qquad \text{b) } \int \frac{1 - x}{1 - 4x^2} \, dx \qquad \text{c) } \int \frac{3(\ln x)^2}{x} \, dx \qquad \text{d) } \int 6x^2 e^{-x\sqrt{x}} \, dx$$

Oppgave 6.

Avgjør hvor mange løsninger det lineære systemet har for ulike verdier av parameteren a , og finn alle løsninger i tilfellene der systemet er konsistent:

$$\begin{array}{rcl} x & + & 2y & + & az & = & 1 \\ ax & + & 3y & + & 5z & = & a \\ ax & & & + & z & = & 3 \end{array}$$

Oppgave 7.

Vi kjøper en eiendom for 250 millioner kroner. Vi antar at verdien $V(t)$ av eiendommen (i millioner kroner) er gitt ved

$$V(t) = 250 e^{\sqrt{t}/5}$$

etter t år. Dersom vi velger å leie ut eiendommen, regner vi med å motta en netto inntektstrøm $I(t)$ for utleie av eiendommen (i millioner kroner per år). Vi regner dette som en kontinuerlig inntektstrøm, og antar at den er gitt ved

$$I(t) = 10 e^{0.06t}$$

etter t år. Vi bruker kontinuerlig diskontering når vi regner nåverdi, med diskonteringsrente $r = 10\%$.

- Finn nåverdien til inntektstrømmen vi mottar om vi leier ut eiendommen i all framtid.
- Vi vurderer å selge eiendommen på et tidspunkt i fremtiden. Når er nåverdien av salgssummen størst mulig? Vi regner med at salgssummen er lik eiendommens verdi på det gitte tidspunktet.
- Anta at vi leier ut eiendommen i en periode på T år, og deretter selger eiendommen. Skriv ned et uttrykk for samlet nåverdi $N(T)$ av leie og salgssum, og regn ut $N(T)$ når
 - $T = 0$
 - $T = 1$
 - $T = 2$
 - $T = 3$Når ser det ut til å være optimalt å selge eiendommen?

Oppgave 8.

Du har 1.500.000 kr og skal investere i en aksjeportefølje. Du kan velge en kombinasjon av selskapene A, B, C med pris $p_A = 100$ kr, $p_B = 125$ kr og $p_C = 284$ kr per aksje på investeringstidspunktet. Vi antar at på et gitt tidspunkt i fremtiden, vil et av tre scenarier slå til. Prisene på aksjene i disse scenariene er gitt i tabellen nedenfor. Vi skriver x, y, z for antall aksjer du kjøper i hvert av de tre

	Pris A	Pris B	Pris C
Kjøpskurs	100	125	284
Scenario 1	75	150	134
Scenario 2	150	50	404
Scenario 3	120	140	304

selskapene og går for enkelhets skyld ut i fra x, y, z kan være vilkårlige reelle tall. Vi tillater altså å kjøpe et negativt antall aksjer (short-salg), og antall aksjer trenger ikke være heltall.

- Vi skriver R_1, R_2 og R_3 for avkastningen til porteføljen i de tre scenariene. Er det mulig å velge porteføljen slik at $(R_1, R_2, R_3) = (1.000.000, -2.000.000, 200.000)$? Hvor mange aksjer må vi da kjøpe i hvert av de tre selskapene?
- Beskriv alle talltripler (R_1, R_2, R_3) av mulige avkastninger i de tre scenariene. Finnes det noen porteføljer slik at $R_1, R_2, R_3 > 0$ (garantert gevinst i alle scenarier)? Hvis ja, spesifiser en slik portefølje (antall aksjer du kjøper i hvert selskap), og de tilhørende avkastningene.