Første fagoppgave i MET1180[1] - Matematikk for siviløkonomer

14. okt. – 21. okt. 2022

Oppgavesettet er på 2 sider. Alle 25 underpunkter vektes likt. Bestått krever minst 60% skår.

Alle svar skal begrunnes.

Denne oppgaven skal leveres digitalt, som én .pdf-fil. Skriv for hånd med gjenkjennelig håndskrift. Sjekk at filen er lett å lese, blyantskrift kan gi dårlige filer. For mer informasjon, se:
https://portal.bi.no/eksamen-og-oppgave/digital-eksamen/

Oppgave 1

a) Beregn summen

$$25\,000 \cdot 1{,}004^{276} + 25\,000 \cdot 1{,}004^{274} + 25\,000 \cdot 1{,}004^{272} + \ldots + 25\,000 \cdot 1{,}004^{40} + 25\,000 \cdot 1{,}004^{38}$$

b) Beskriv en finanssituasjon hvor denne summen er aktuell (de viktige tallene skal fortolkes).

Oppgave 2

Her er noen betalinger på forskjellige tidspunkter:

År	4	6	9
Betaling	A	B	C

Anta at den nominelle diskonteringsrenten er r med kontinuerlig forrentning.

a) Skriv opp et uttrykk for nåverdien av kontantstrømmen. Beregn nåverdien av kontantstrømmen hvis $A = 20$, $B = 30$, $C = 50$ og $r = 10\%$.

b) Skriv opp et uttrykk for fremtidsverdien av kontantstrømmen etter 7 år. Beregn fremtidsverdien av kontantstrømmen etter 7 år med tallene fra (a).

c) Anta $A = 20$, $B = 30$, $C = 50$.
   i) Bestem renten r slik at betaling A og betaling B har samme nåverdi.
   ii) Bestem renten r slik at nåverdien av betaling C er større enn nåverdien av betaling B.

d) Anta $A = 20$, $B = 30$, $C = 50$. Bestem renten r slik at nåverdien av betaling B er større enn nåverdien av hver av de to andre betalingene samtidig som nåverdien av betaling A er mindre enn nåverdien av betaling C.

Oppgave 3

a) Bestem andregradslikningen $x^2 + bx + c = 0$ som har løsningene $x = -2 \pm \sqrt{7}$.

b) Bestem tredjegradslikningen $x^3 + bx^2 + cx + d = 0$ som har løsningene $x = \pm\sqrt{10}$ og $x = k$.

Oppgave 4

a) Løs likningen $\sqrt{4x + 9} = x + 1$.

b) Vis at likningen $\sqrt{4x + 9} = x + t$ ikke har noen løsning hvis $t > 3{,}25$.

c) Bestem de verdiene av k som gjør at likningen $x^4 + 6x^2 = k$ har løsninger.

[1] Eksamenskode MET11804

Oppgave 5

Vi har en funksjon $g(x)$ definert for alle tall og det eneste vi vet om den er at ulikheten $g(x) > 0$ har løsningene $x < 3$, ulikheten $g(x) < 0$ har løsningene $x > 3$ mens $g(3) = 0$. Løs de følgende ulikhetene.

a) $(x-1)(x+2)g(x) \geqslant 0$

b) $e^{2-x}\ln(x)g(x) < 0$

c) $\dfrac{(3x-5)g(x)}{x-5} \leqslant g(x)$

d) $\dfrac{g(x)^2+4}{e^{2x}-10} > 0$

Oppgave 6

Vi har $f(x) = x^3 + bx^2 + cx - 125$ og $g(x) = x - 5$ hvor b og c er vilkårlige tall (parametre).

a) Utfør polynomdivisjonen $f(x) : g(x)$.

b) Avgjør når $x - 5$ er en faktor i $f(x)$.

Oppgave 7

a) Anta andregradsfunksjonen $f(x)$ har minimumsverdi $-3{,}5$ og punktene $P = (75\,,4)$ og $Q = (105\,,4)$ ligger på grafen til $f(x)$. Bestem funksjonsuttrykket til $f(x)$.

b) Anta hyperbelfunksjonen $g(x)$ har horisontal asymptote $y = 100$ og y-aksen som vertikal asymptote. Anta også at $g(5) = 98$. Bestem funksjonsuttrykket til $g(x)$.

Oppgave 8

Vi har fire punkter i planet: $A = (6\,,4)$, $B = (10\,,4)$, $C = (10\,,8)$, $D = (6\,,8)$.

a) Bestem likningen til en sirkel som går gjennom de fire punktene.

b) Bestem likningen til en ellipse som går gjennom de fire punktene slik at den horisontale halvaksen er større enn den vertikale halvaksen.

c) Forklar hvorfor det ikke finnes noen ellipser som går gjennom de fire punktene og som også går gjennom origo $(0\,,0)$.

Oppgave 9

Bestem den omvendte funksjonen $g(x)$. Bestem også definisjonsmengden D_g og verdimengden V_g.

a) $f(x) = 10 + \frac{0{,}2}{x-3}$ med definisjonsmengde $D_f = \langle 3\,,\infty\rangle$.

b) $f(x) = \ln(10x - x^2)$ med definisjonsmengde $D_f = [1\,,5]$.

Oppgave 10

Du kan få bruk for følgende faktum i denne oppgaven: Hvis $x > 0$ så er $e^x > 1$. Vis ved et elementært argument (uten bruk av derivasjon) at funksjonen $f(x) = e^x$ er strengt voksende for alle x.