

## Veiledningsoppgaver fra Kapittel 7

### Oppgave 1.

Gå tilbake til de tidligere oppgavesettene fra Kapittel 7, gjør oppgavene du har hoppet over tidligere, og eventuelt repeter om du husker de oppgavene du har gjort før:

- a) Oppgaveark 41: Oppgave 1 - 8      b) Oppgaveark 43: Oppgave 1 - 9      c) Oppgaveark 45: Oppgave 1 - 8  
d) Oppgaveark 46: Oppgave 1 - 7      e) Oppgaveark 47: Oppgave 1 - 7      f) Oppgaveark 48: Oppgave 1 - 8

## Eksamensoppgaver fra tidligere eksamener

### Oppgave 2.

Vi betrakter Lagrange-problemet

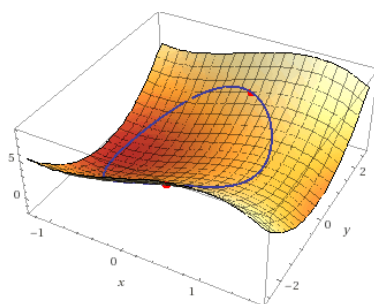
$$\min f(x,y) = x^2 + y^2 - 4y \quad \text{når} \quad 2x + y^2 = -1$$

- a) Lag en skisse av kurven  $2x + y^2 = -1$ , og avgjør om dette er en begrenset mengde.  
b) Skriv ned Lagrange-betingelsene, og finn alle punkter  $(x,y;\lambda)$  som oppfyller betingelsene.  
c) Løs Lagrange-problemet og finn minimumsverdien, hvis den eksisterer.

### Oppgave 3.

Vi ser på funksjonen definert ved  $f(x,y) = y^2 - x^3 + 3x$ , og kaller nivåkurven til  $f$  som går gjennom punktet  $(x,y) = (-1,2)$  for  $C$ .

- a) Finn alle stasjonære punkt for  $f$ , og klassifiser disse punktene.  
b) Finn tangenten til  $C$  i punktet  $(x,y) = (-1,2)$ . Skjærer tangenten  $C$  i noen andre punkter?  
c) Skisser kurven i  $xy$ -planet gitt ved  $4x^2 + y^2 = 4$ . Hva slags kurve er dette? Er den begrenset?  
d) Løs optimeringsproblemet:  $\max f(x,y) = y^2 - x^3 + 3x$  når  $4x^2 + y^2 = 4$



### Oppgave 4.

Løs Lagrangeproblemet:  $\min f(x,y) = x$  når  $y^2 - x^3 + 3x = 2$

### Oppgave 5.

Vi ser på funksjonen definert ved  $f(x,y) = x^2 + y^2 - x^2y^2$ .

- Finn alle stasjonære punkt for  $f$ , og klassifiser dem.
- Bestem globale maksimums- eller minimumsverdier for  $f$ , hvis de finnes.
- Løs optimeringsproblemet:  $\min f(x,y) = x^2 + y^2 - x^2y^2$  når  $xy = 1$ .
- Estimer minimumsverdien til  $\min f(x,y) = x^2 + y^2 - x^2y^2$  når  $xy = a$ .

### Oppgave 6.

Vi ser på funksjonen definert ved  $f(x,y) = x^2y + xy^3 + xy^2$ .

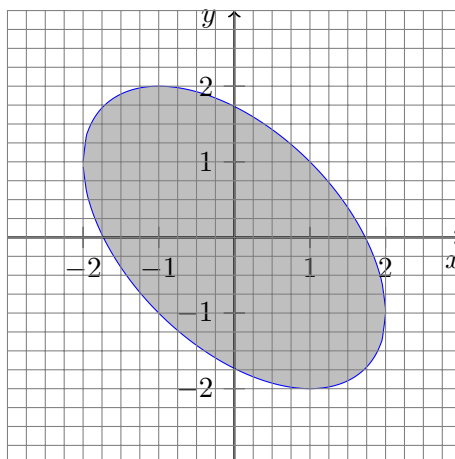
- Regn ut  $f'_x$  og  $f'_y$  og finn alle stasjonære punkt for  $f$ .
- Er  $(0,0)$  et sadelpunkt? Begrunn svaret.
- Finn alle lokale maksima og minima for  $f$ .
- La  $D = \{(x,y) : 0 \leq x \leq 1 \text{ og } 0 \leq y \leq 1\}$ . Finn maksimums- og minimumsverdien til  $f$  på  $D$ .

### Oppgave 7.

I figuren nedenfor er den blå kurven gitt ved likningen  $g(x,y) = a$ , og det markerte området er gitt ved ulikheten  $g(x,y) \leq a$ . Vi ser på maksimumsproblemet

$$\max f(x,y) = x + y \text{ når } g(x,y) \leq a$$

- Vis at maksimumsproblemet har en løsning som ligger på den blå kurven.
- Bruk figuren til å estimere maksimumsverdien. Begrunn svaret.



## Svar på eksamensoppgaver

### Oppgave 2.

- Parabel (rotert). Ikke begrenset.
- $(-1,1; -1)$
- $f_{\min} = -2$

**Oppgave 3.**

- a)  $(1,0)$  sadelpunkt,  $(-1,0)$  lokalt minimum
- b)  $y = 2$ , skjærer også i  $(2,2)$
- c) Ellipse, begrenset
- d)  $f_{\max} = 122/27$

**Oppgave 4.**

$$f_{\min} = -2$$

**Oppgave 5.**

- a)  $(0,0)$  lokalt minimum  $(\pm 1, \pm 1)$  fire sadelpunkt
- b) hverken maksimum eller minimum
- c)  $f_{\min} = 1$
- d)  $f^*(a) \approx 1$  for  $a$  nært 1

**Oppgave 6.**

- a)  $(0,0)$ ,  $(0, -1)$ ,  $(3/25, -3/5)$
- b) Ja
- c)  $(3/25, -3/5)$  lokalt maksimum
- d)  $f_{\max} = 3$ ,  $f_{\min} = 0$

**Oppgave 7.**

- a) Kompakt, ingen stasjonære punkter
- b)  $f_{\max} \approx 2$