## Veiledningsoppgaver

**Oppgave 1.**
Bruk Lagranges metode til å finne kandidater for maksimum og/eller minimum:

a) max / min $f(x,y) = 3x - y$ når $x^2 + 4y^2 = 37$
b) max / min $f(x,y) = x^2 + 4y^2$ når $3x - y = 37$
c) max / min $f(x,y) = xy$ når $x^2 + 4y^2 = 8$
d) max / min $f(x,y) = 4x^2 + 9y^2$ når $xy = 6$
e) max $f(x,y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 16$ når $x^2 + y^2 = 16$
f) max $f(x,y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 16$ når $xy = 4$

**Oppgave 2.**
Finn maksimum/minimum, hvis det eksisterer. Du kan bruke kandidatpunktene du fant i Oppgave 1.

a) max / min $f(x,y) = 3x - y$ når $x^2 + 4y^2 = 37$
b) max / min $f(x,y) = x^2 + 4y^2$ når $3x - y = 37$
c) max / min $f(x,y) = xy$ når $x^2 + 4y^2 = 8$
d) max / min $f(x,y) = 4x^2 + 9y^2$ når $xy = 6$
e) max $f(x,y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 16$ når $x^2 + y^2 = 16$
f) max $f(x,y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 16$ når $xy = 4$

**Oppgave 3.**
Bruk Lagranges multiplikatormetode til å løse optimeringsproblemet:

$$\max U(x,y) = 0.3\ln(x-3) + 0.7\ln(y-2) \text{ når } 12x + 5y = 60$$

**Oppgave 4.**
Vi betrakter nivåkurven $g(x,y) = 0$, hvor $g$ er funksjonen $g(x,y) = x^3 + xy + y^2$.

a) Finn alle punkt på nivåkurven med $x = -2$, og bestem tangenten i hvert av disse punktene.
b) Finn maksimumsverdien til $f(x,y) = x$ under bibetingelsen $x^3 + xy + y^2 = 0$.

**Oppgave 5.**
Vi ser på kurven C med likning $y(x^2 + y^2) = 2(x^2 - y^2)$.

a) Finn alle punktene på kurven C med $y = -1$.
b) Finn tangenten til C i hvert punkt med $y = -1$.
c) Løs optimeringsproblemet: max / min $f(x,y) = y$ når $y(x^2 + y^2) = 2(x^2 - y^2)$

**Oppgave 6.**
Vi ser på funksjonen definert ved $f(x,y) = 1 + x^2 + y^2 + x^2y^2$.

a) Finn alle stasjonære punkter for $f$.
b) Regn ut Hesse-matrisen til $f$, og bruk den til å klassifisere de stasjonære punktene.
c) Avgjør om $f$ har globale maksimums- eller minimumverdier.
d) Løs Lagrange-problemet: max $f(x,y) = x^2 + y^2 + x^2y^2$ når $x^2 + 2y^2 = 5$

**Oppgave 7.**
**Vanskelig!**
Løs Lagrangeproblemet max $f(x,y) = x+y$ når $x^3 - 3xy + y^3 = 0$. Du kan gå ut i fra at problemet har et maksimum.

| | |
|---|---|
| Læreboken [E]: | Eriksen, *Matematikk for økonomi og finans* |
| Oppgaveboken [O]: | Eriksen, *Matematikk for økonomi og finans - Oppgaver og Løsningsforslag* |

| | |
|---|---|
| Oppgaver: | [E] 7.7.3 - 7.7.6 |
| Fullstendig løsning: | Se [O] Kap 7.7 |

# Oppgaver fra læreboken

## Svar på veiledningsoppgaver

**Oppgave 1.**

a) $(x,y;\lambda) = (6,-1/2;1/4),\ (-6,1/2;-1/4)$

b) $(x,y;\lambda) = (12,-1;8)$

c) $(x,y;\lambda) = (2,1;1/4),\ (-2,-1;1/4),\ (2,-1;-1/4),\ (-2,1;-1/4)$

d) $(x,y;\lambda) = (3,2;12),\ (-3,-2;12)$

e) $(x,y;\lambda) = (\pm 2\sqrt{2}, \pm 2\sqrt{2}; 7), (\pm 4,0;-1), (0,\pm 4;-1)$

f) $(x,y;\lambda) = (2,2;6), (-2,-2;6)$ eller $(2,2;-2), (-2,-2;-2)$, kommer an på hvilken $\mathcal{L}$ man bruker

**Oppgave 2.**

a) $f_{\text{max}} = 37/2,\ f_{\text{min}} = -37/2$

b) $f_{\text{min}} = 148$ (har ikke maksimum)

c) $f_{\text{max}} = 2,\ f_{\text{min}} = -2$

d) $f_{\text{min}} = 72$ (har ikke maksimum)

e) $f_{\text{max}} = 64,\ f_{\text{min}} = 0$

f) $f_{\text{max}} = 24$ (har ikke minimum)

**Oppgave 3.**

Maksimumspunkt $(x,y) = (67/20, 99/25)$, maksimumsverdi $f_{\text{max}} = 0.3\ln(0.35) + 0.7\ln(1.96)$ med $\lambda = 1/14$.

**Oppgave 4.**

a) $y = -8x/3 - 4/3$ i $(-2,4)$ og $y = 5x/3 + 4/3$ i $(-2,-2)$

b) $f_{\text{max}} = 1/4$

**Oppgave 5.**

a) $(\pm\sqrt{1/3}, -1)$

b) $y = 2 \mp 3\sqrt{3}x$

c) $f_{\text{min}} = -2$, ingen maksimumsverdi

**Oppgave 6.**

a) $(0,0)$

b) lokalt minimumspunkt

c) $f_{\text{min}} = 1$, ingen maksimumsverdi

d) $f_{\text{max}} = 7$

**Oppgave 7.**

$f_{\text{max}} = 3$