

Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

Vi ser på optimeringsproblemet

$$\max / \min f(x,y) = x^2 - 4x + y^2 - 2y + 6 \text{ når } 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 3$$

- Skisser mengden D av tillatte punkter i xy -koordinatsystemet.
- Finn eventuelle stasjonære punkter for f i det indre av D , og marker disse på figuren.
- Beskriv nivåkurven $f(x,y) = c$ geometrisk, og tegn inn disse nivåkurvene på figuren når $c = 1$, $c = 2$ og $c = 5$.
- Bruk figuren til å finne maksimums- og minimumspunkter.
- Finn maksimums- og minimumspunkter ved regning, og sammenlikn med punktene du fant ovenfor.

Oppgave 2.

Vi ser på optimeringsproblemet

$$\max / \min f(x,y) = x^2 - 6x + y^2 - 4y + 13 \text{ når } x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \leq 6$$

- Skisser mengden D av tillatte punkter i xy -koordinatsystemet.
- Finn eventuelle stasjonære punkter for f i det indre av D , og marker disse på figuren.
- Beskriv nivåkurven $f(x,y) = c$ geometrisk, og tegn inn disse nivåkurvene på figuren når $c = 0$, $c = 1$ og $c = 4$.
- Bruk figuren til å anslå maksimums- og minimumspunkter.
- Finn maksimums- og minimumspunkter ved regning, og sammenlikn med punktene du fant ovenfor.

Oppgave 3.

Finn eventuelle maksimums- og/eller minimumspunkter og maksimums- og/eller minimumsverdier:

- $\max / \min f(x,y) = x^2 + 4y^2$ når $3x - y = 37$
- $\max / \min f(x,y) = x^2 + 4y^2$ når $xy = 8$
- $\max / \min f(x,y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 16$ når $xy = 4$

Oppgave 4.

Løs optimeringsproblemet. Vis mengden D sammen med passende nivåkurver for f i samme koordinatsystem:

- $\max / \min f(x,y) = x^2 + y^2$ når $x + y = 2$
- $\max / \min f(x,y) = 4x^2 + 9y^2$ når $2x + 3y = 6$
- $\max / \min f(x,y) = y$ når $x^2 - y^2 = 1$

Oppgave 5.

Finn eventuelle maksimumspunkter i optimeringsproblemet:

$$\max U(x,y) = 0.3 \ln(x - 3) + 0.7 \ln(y - 2) \text{ når } 12x + 5y = 60$$

Oppgave 6.

Løs optimeringsproblemet: $\max / \min f(x,y) = x^3 + 3xy + y^3$ når $xy = 1$

Oppgave 7.

Løs optimeringsproblemet: $\max f(x,y) = (x - y)e^{2xy}$ når $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

- a) Rektangel i første kvadrant med sider 4 og 3.
- b) (2,1)
- c) Sirkler med sentrum i (2,1) og radius $\sqrt{c-1}$ for $c > 1$.
- d) Maksimum: (0,3),(4,3) og minimum: (2,1)
- e) Maksimum: (0,3),(4,3) og minimum: (2,1)

Oppgave 2.

- a) Rettvinklet trekant i første kvadrant med sider 3 og 2.
- b) Ingen
- c) Sirkler med sentrum i (3,2) og radius \sqrt{c} for $c > 0$.
- d) Maksimum: (0,0) og minimum: Ca (2,0.7)
- e) Maksimum: (0,0) og minimum: (27/13,8/13)

Oppgave 3.

- a) $f_{\min} = 148$ i punktet $(x,y) = (12, -1)$, ingen maksimumsverdi
- b) $f_{\min} = 32$ i punktene $(x,y) = (4,2), (-4, -2)$, ingen maksimumsverdi
- c) $f_{\max} = 24$ i punktene $(x,y) = (2,2), (-2, -2)$, ingen minimumsverdi

Oppgave 4.

- a) $f_{\min} = 2$, ingen maksimumsverdi
- b) $f_{\min} = 18$, ingen maksimumsverdi
- c) ingen maksimumsverdi eller minimumsverdi

Oppgave 5.

Maksimumspunkt $(x,y) = (67/20, 99/25)$

Oppgave 6.

Hverken maksimum eller minimum finnes.

Oppgave 7.

$f_{\max} = e/2 \approx 1.359$.