Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.
Regn ut følgende indreprodukter når

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$$

a) $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2$ b) $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_3$ c) $\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_2$ d) $(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot \mathbf{v}_4$
e) $\mathbf{v}_1 \cdot (\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3)$ f) $\mathbf{v}_1 \cdot (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3)$ g) $(\mathbf{v}_4 - \mathbf{v}_1) \cdot (\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3)$ h) $(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)$

Oppgave 2.
Finn så mange vektorer som mulig som står normalt på vektoren $\mathbf{v}$:

a) $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ c) $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ d) $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$

Oppgave 3.
Bestem $||\mathbf{v} - \mathbf{w}||$ når vektorene $\mathbf{v}, \mathbf{w}$ står normalt på hverandre og har lengde $||\mathbf{v}|| = 3$ og $||\mathbf{w}|| = 4$.

Oppgave 4.
Vi ser på matrisene

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$$

Regn ut følgende uttrykk, dersom det er mulig:

a) $A + B$ b) $2A - 3B$ c) $A - C$ d) AB e) BC f) ABC
g) AC h) A^2 i) BA j) CB k) C^2 l) $C^T A$

Oppgave 5.
La A være en 2×3-matrise.

a) Er A symmetrisk? b) Er $A^T A$ symmetrisk?

c) Regn ut $A^T A$ når $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Oppgave 6.
Anta at A, B og C er 3×3-matriser med $|A| = 2$, $|B| = -5$, og $2B = AC$. Regn ut:

a) $\det(AB)$ b) $\det(3A)$ c) $\det(-2B^T)$ d) $\det(C)$

Oppgave 7.

Løs matriselikningen for X når $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$:

a) $AX = I$ b) $AX = XA$ c) $X^2 = A$

Oppgave 8.

Vi betrakter det lineære systemet $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, hvor

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & a \\ 1 & 2 & 3 \\ a & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -a \\ 3-a \end{pmatrix}$$

og a er en parameter.

a) **(6p)** Løs det lineære systemet når $a = 1$.

b) **(6p)** Finn determinanten $\det(A)$, og bestem verdiene av a slik at $\det(A) = 0$.

c) **(6p)** Bestem alle verdier av a slik at $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ har uendelig mange løsninger.

d) **(6p)** Regn ut $A^2 - 3A$ når $a = 1$.

Oppgaver fra læreboken

Læreboken [E]:	Eriksen, *Matematikk for økonomi og finans*
Oppgaveboken [O]:	Eriksen, *Matematikk for økonomi og finans - Oppgaver og Løsningsforslag*

Oppgaver:	[E] 6.8.1, 6.8.3, 6.6.1 - 6.6.5
Fullstendig løsning:	Se [O] Kap 6.5, 6.8

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

a) 0 b) 4 c) 2 d) 13

e) 4 f) -4 g) 18 h) 5

Oppgave 2.

Alle lineærkombinasjoner av de oppgitt vektorene:

a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

Oppgave 3.

5

Oppgave 4.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 1 & 2 & 11 \\ -5 & -4 & -10 \end{pmatrix}$ c) ikke definert d) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 5 & 10 & 19 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 15 & 0 \\ -4 & 3 \\ 33 & 4 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 44 & 7 \\ 158 & 19 \\ 14 & 7 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} 11 & 3 \\ 35 & 10 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 0 & 7 & 10 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

i) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 7 & 13 \end{pmatrix}$ j) ikke definert k) ikke definert l) $\begin{pmatrix} -2 & 11 & 14 \\ -1 & 3 & -3 \end{pmatrix}$

Oppgave 5.

a) Nei b) Ja c) $\begin{pmatrix} 10 & 8 & 6 \\ 8 & 10 & 0 \\ 6 & 0 & 10 \end{pmatrix}$

Oppgave 6.

a) -10 b) 54 c) 40 d) -20

Oppgave 7.

a) $X = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ b) $X = s\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ c) ingen løsning

Oppgave 8.

a) $(x,y,z) = (2,0,-1)$

b) $|A| = -a(2a+3)$, og $|A| = 0$ for $a = 0$ og $a = -3/2$

c) $a = 0$

d) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 8 & -2 \\ 1 & -2 & 10 \end{pmatrix}$