

Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

Regn ut de ubestemte integralene:

$$\text{a) } \int x^2 dx \qquad \text{b) } \int (8x^3 - 12x^2) dx \qquad \text{c) } \int (e^x - 6x) dx \qquad \text{d) } \int (x^2/3 - x^3/2) dx$$

Oppgave 2.

Finn en funksjon $f(x)$ med angitt definisjonsområde slik at:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f'(x) = 2, D_f = (-\infty, \infty) & \text{b) } f'(x) = 2x, D_f = (-\infty, \infty) & \text{c) } f'(x) = 6x^2, D_f = (-\infty, \infty) \\ \text{d) } f'(x) = 1/x, D_f = (0, \infty) & \text{e) } f'(x) = 1/x, D_f = (-\infty, 0) & \text{f) } f'(x) = 1/x, D_f = \{x : x \neq 0\} \end{array}$$

Oppgave 3.

Finn en funksjon $f(x)$ slik at:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \int f(x) dx = 2 + C & \text{b) } \int f(x) dx = 2x + C & \text{c) } \int f(x) dx = 6x^2 + C & \text{d) } \int f(x) dx = xe^{2x} + C \\ \text{e) } \int 2 dx = f(x) + C & \text{f) } \int 2x dx = f(x) + C & \text{g) } \int 6x^2 dx = f(x) + C & \text{h) } \int xe^{2x} dx = f(x) + C \end{array}$$

Oppgave 4.

Regn ut de ubestemte integralene:

$$\begin{array}{lllll} \text{a) } \int x^{-3} dx & \text{b) } \int \sqrt{x} dx & \text{c) } \int x\sqrt{x} dx & \text{d) } \int 1/x dx & \text{e) } \int 1/x^2 dx \\ \text{f) } \int (x - 2x^3) dx & \text{g) } \int x(1 - 2x) dx & \text{h) } \int x(1 - 2x) dx & \text{i) } \int (x + 1)^2 dx & \text{j) } \int (x + 1)^7 dx \end{array}$$

Oppgave 5.

Regn ut disse ubestemte integralene:

$$\text{a) } \int \frac{1 - 3x^2}{x^2} dx \qquad \text{b) } \int \frac{x^3 + 2x - 2}{x} dx \qquad \text{c) } \int \frac{6x}{1 + 3x^2} dx \qquad \text{d) } \int \frac{\sqrt{x} + 1}{x^2} dx$$

Oppgave 6.

Regn ut disse ubestemte integralene:

$$\text{a) } \int (1 + e^{2x}) dx \qquad \text{b) } \int e^{1+2x} dx \qquad \text{c) } \int e^{1-2x} dx \qquad \text{d) } \int 3^x dx$$

Oppgave 7.

Regn ut disse ubestemte integralene:

$$\text{a) } \int x\sqrt{x^2 + 1} dx \qquad \text{b) } \int 9(x + 1)^7 dx \qquad \text{c) } \int xe^{-x^2} dx \qquad \text{d) } \int \frac{x}{1 + x^2} dx \qquad \text{e) } \int \frac{\ln x}{x} dx$$

Oppgave 8.

Løs de ubestemte integralene:

a) $\int \ln(x) \, dx$

b) $\int \ln(x+1) \, dx$

c) $\int \log_3(x) \, dx$

Oppgave 9.

Regn ut de ubestemte integralene:

a) $\int x \ln(x) \, dx$

b) $\int x^2 \ln(x) \, dx$

c) $\int \sqrt{x} \ln(x) \, dx$

d) $\int x\sqrt{x} \ln(x) \, dx$

e) $\int \frac{\ln(x)}{x^2} \, dx$

f) $\int \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} \, dx$

g) $\int \frac{\ln(x)}{x\sqrt{x}} \, dx$

h) $\int \frac{\ln(x)}{x} \, dx$

Oppgave 10.

Regn ut de ubestemte integralene:

a) $\int xe^x \, dx$

b) $\int xe^{-x} \, dx$

c) $\int (x+1)e^x \, dx$

d) $\int x^2e^x \, dx$

Oppgave 11.

Regn ut det ubestemte integralet

$$\int \frac{e^{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \, dx$$

Oppgave 12.

Anta at $f(x) \geq 0$ for alle x , og at $F(x)$ er en funksjon slik at $\int f(x) \, dx = F(x) + C$. Er $F(x)$ en voksende funksjon? Forklar hvorfor/hvorfor ikke.

Oppgaver fra læreboken

Læreboken [E]: Eriksen, *Matematikk for økonomi og finans*

Oppgaveboken [O]: Eriksen, *Matematikk for økonomi og finans - Oppgaver og Løsningsforslag*

Oppgaver: [E] 5.1.1 - 5.1.5, 5.2.1 - 5.2.5, 5.3.1 - 5.3.3, 5.4.1 - 5.4.5

Fullstendig løsning: Se [O] Kap 5.1 - 5.4

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

a) $\frac{1}{3}x^3 + C$

b) $2x^4 - 4x^3 + C$

c) $e^x - 3x^2 + C$

d) $\frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{8}x^4 + C$

Oppgave 2.

a) $f(x) = 2x$ b) $f(x) = x^2$ c) $f(x) = 2x^3$ d) $f(x) = \ln(x)$ e) $f(x) = \ln(-x)$ f) $f(x) = \ln|x|$

Oppgave 3.

a) $f(x) = 0$ b) $f(x) = 2$ c) $f(x) = 12x$ d) $f(x) = (1 + 2x)e^{2x}$
 e) $f(x) = 2x$ f) $f(x) = x^2$ g) $f(x) = 2x^3$ h) $f(x) = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right)e^{2x}$

Oppgave 4.

a) $-\frac{1}{2}x^{-2} + \mathcal{C}$ b) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + \mathcal{C}$ c) $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + \mathcal{C}$ d) $\ln|x| + \mathcal{C}$
 e) $-1/x + \mathcal{C}$ f) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^4 + \mathcal{C}$ g) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^3 + \mathcal{C}$ h) $x(x - x^2) + \mathcal{C}$
 i) $\frac{1}{3}(x + 1)^3 + \mathcal{C}$ j) $\frac{1}{8}(x + 1)^8 + \mathcal{C}$

Oppgave 5.

a) $-1/x - 3x + \mathcal{C}$ b) $\frac{1}{3}x^3 + 2x - 2\ln|x| + \mathcal{C}$ c) $\ln(1 + 3x^2) + \mathcal{C}$ d) $-2/\sqrt{x} - 1/x + \mathcal{C}$

Oppgave 6.

a) $x + \frac{1}{2}e^{2x} + \mathcal{C}$ b) $\frac{1}{2}e^{1+2x} + \mathcal{C}$ c) $-\frac{1}{2}e^{1-2x} + \mathcal{C}$ d) $\frac{1}{\ln 3} \cdot 3^x + \mathcal{C}$

Oppgave 7.

a) $\frac{1}{3}(x^2 + 1)^{3/2} + \mathcal{C}$ b) $\frac{9}{8}(x + 1)^8 + \mathcal{C}$ c) $-\frac{1}{2}e^{-x^2} + \mathcal{C}$ d) $\frac{1}{2}\ln(1 + x^2) + \mathcal{C}$ e) $\frac{1}{2}\ln(x)^2 + \mathcal{C}$

Oppgave 8.

a) $x \ln x - x + \mathcal{C}$ b) $(x + 1)\ln(x + 1) - (x + 1) + \mathcal{C}$ c) $(x \ln x - x)/\ln(3) + \mathcal{C}$

Oppgave 9.

a) $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + \mathcal{C}$ b) $\frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{9}x^3 + \mathcal{C}$ c) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} \ln x - \frac{4}{9}x\sqrt{x} + \mathcal{C}$
 d) $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} \ln x - \frac{4}{25}x^2\sqrt{x} + \mathcal{C}$ e) $-\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} + \mathcal{C}$ f) $2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + \mathcal{C}$
 g) $-\frac{2}{\sqrt{x}} \ln x - \frac{4}{\sqrt{x}} + \mathcal{C}$ h) $\frac{1}{2}(\ln x)^2 + \mathcal{C}$

Oppgave 10.

a) $xe^x - e^x + \mathcal{C}$ b) $-xe^{-x} - e^{-x} + \mathcal{C}$ c) $(x + 1)e^x - e^x + \mathcal{C}$ d) $x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + \mathcal{C}$

Oppgave 11.

$-2e^{1-\sqrt{x}} + \mathcal{C}$

Oppgave 12.

F er en voksende funksjon.