MET1180 Matematikk for siviløkonomer
Høst 2024
Oppgaver

I came to the position that mathematical analysis is not one of the many ways of doing economic theory: it is the only way.

R. Lucas

Forelesning 15 – 16
Kap 4.1-4: Tangenter, derivasjon og derivasjonsregler.

[L] 4.1.1-9
[L] 4.2.1-3
[L] 4.3.1-13
[L] 4.4.1-3

Midtveiseksamen 2015h oppg 10
Midtveiseksamen 2016h oppg 11
Midtveiseksamen 2017v oppg 9
Midtveiseksamen 2018v oppg 9

Oppgaver for veiledningstimene torsdag 17/10 i D1-065/70

Oppgave 1 Tegn en grov skisse av grafene til **to** forskjellige funksjoner $f(x)$ med de oppgitte dataene. NB: Du skal ikke finne noe funksjonsuttrykk!
a) $f(5) = 10$, $f'(5) = -1$
b) $f(3) = 5$, $f'(3) = 2$, $f(5) = 5$, $f'(5) = 0$
c) $f(10) = 100$, $f'(10) = 0{,}5$, $f(20) = 40$, $f'(20) = 2$, $f'(30) = 0$
d) $f(1) = 3$, $f'(3) = -0{,}2$, $f(5) = 4$, $f'(7) = \frac{2}{3}$

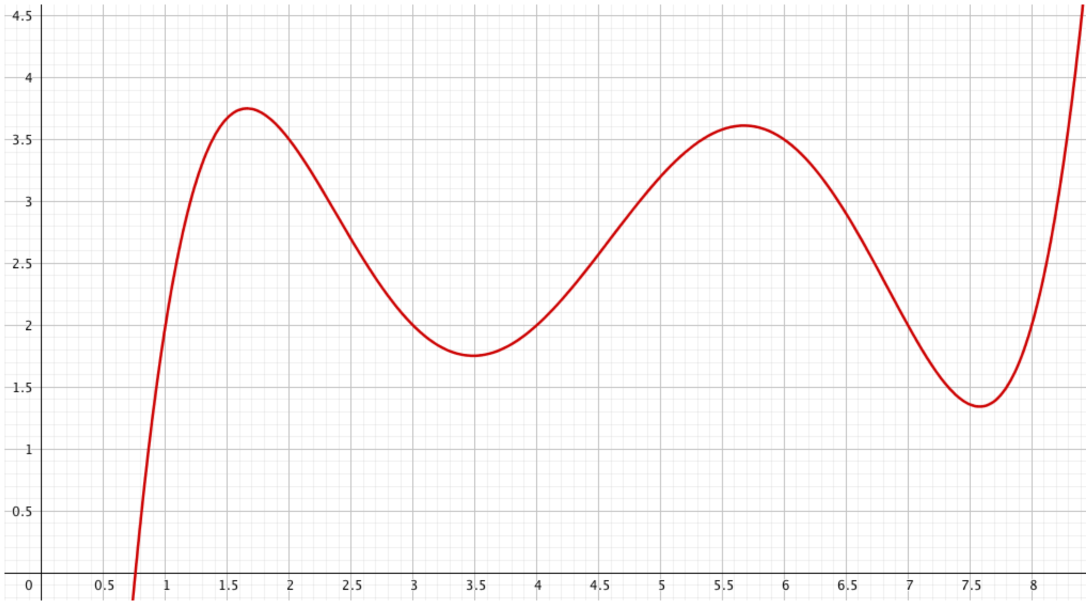
Oppgave 2 Anta at $f(x) = g(x) \cdot h(x)$. Bruk produktformelen $f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$ til å finne den deriverte funksjonen av $f(x)$ hvis:

a) $g(x) = 22x - 3$ og $h(x) = 3 - 7x$
b) $g(x) = x^{10} - 1$ og $h(x) = 3x^8 - 8x + 5$
c) $g(x) = x^{-3{,}5}$ og $h(x) = 3x^6 - 5x^5 + x^4$
d) $g(x) = \dfrac{1}{x^2}$ og $h(x) = x^4 - 4x + 230$
e) $g(x) = x^3 - \dfrac{1}{x^3}$ og $h(x) = 3\sqrt{x}$
f) $g(x) = 3x$ og $h(x) = 2e^x$
g) $g(x) = x$ og $h(x) = \ln(x)$
h) $g(x) = 5x\ln(x)$ og $h(x) = 6xe^x$

Oppgave 3 Anta at $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)}$. Bruk brøkformelen $f'(x) = \dfrac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{[h(x)]^2}$ til å finne den deriverte funksjonen av $f(x)$ hvis:

a) $g(x) = 11x - 3$ og $h(x) = 3 - 7x$
b) $g(x) = x + 5$ og $h(x) = 9x - 1$
c) $g(x) = 3x^2 + 1$ og $h(x) = x - 10$
d) $g(x) = x^6$ og $h(x) = x^4 + 1$
e) $g(x) = x^{1{,}2}$ og $h(x) = 5x^2 - 1$
f) $g(x) = 5$ og $h(x) = x^2 - 4x + 10$
g) $g(x) = 5\ln(x)$ og $h(x) = x^2 + 3$
h) $g(x) = 2\ln(x)$ og $h(x) = 3e^x$
i) $g(x) = \ln(x) + 1$ og $h(x) = \ln(x) + 2$
j) $g(x) = e^x + 1$ og $h(x) = e^x + 2$

Oppgave 4 I figur 1 ser du grafen til $f(x)$.



Figur 1: Grafen til $f(x)$

Avgjør hvilke utsagn som er sanne.

a) $f'(2) < f'(1)$

b) $f'(3) < f'(6{,}5)$

c) $f'(4{,}5) < f'(5{,}1)$

d) $f'(2{,}5) < f'(3)$

e) $f'(x)$ er positiv for $6 < x < 7{,}5$

f) $f'(x)$ har ingen bunnpunkter

g) $f'(x)$ har 4 nullpunkter

h) $f'(x)$ er voksende i intervallet $[3\,,4]$

i) $f'(x)$ er avtagende i intervallet $[1\,,2]$

j) $f'(3) = 2$

k) $f'(x)$ har et bunnpunkt i intervallet $[2\,,3]$

Oppgave 5 Finn de av funksjonene $f(x)$, $u(x)$, $g(u)$, $u'(x)$ og $g'(u)$ som ikke er oppgitt i tabellen slik at $f(x) = g(u(x))$. Bruk så kjerneregelen $f'(x) = g'(u(x)) \cdot u'(x)$ til å finne $f'(x)$.

$f(x)$	$u(x)$	$g(u)$	$u'(x)$	$g'(u)$	$f'(x)$
$(3x+5)^2$	$3x+5$	u^2			
$2(x^2+3)^7+4$	x^2+3				
$7\sqrt{3x-1}$				$\dfrac{7}{2\sqrt{u}}$	
	x^2+10	$3e^u$			
$\ln(4x^2+5)$			$8x$		
$9(4x^3+1)^{3{,}5}$					
$3\left(\dfrac{4x-1}{9x+2}\right)^7$					
$50e^{-0{,}03x}$					
$\ln(1+e^{-x})$					
$\dfrac{2}{(2x+1)\sqrt{2x+1}}$					

Oppgave 6 Beregn den deriverte $f'(a)$.
a) $f(x) = g(x)h(x)$, $a = 10$, $g(10) = 20$, $g'(10) = 0{,}2$ og $h(10) = 60$, $h'(10) = 0{,}5$.
b) $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$, $a = 7$, $g(7) = 20$, $g'(7) = 0{,}2$ og $h(7) = 10$, $h'(7) = 0{,}05$.
c) $f(x) = g(u(x))$, $a = 3$, $g(3) = 12$, $g'(3) = -0{,}6$, $g(10) = 20$, $g'(10) = 1{,}07$, $u(10) = 1$, $u'(10) = 0$, $u(3) = 10$, $u'(3) = 2$.

Oppgave 7 Avgjør hvilket tall som er størst.

a) 3^{5000} eller 4^{4000} b) $1{,}02^{4321}$ eller $1{,}025^{3478}$ c) $1{,}12^{1000}$ eller $1{,}01^{12000}$

Oppgave 8 (Midtveiseksamen 2016v, oppg 10)
Vi betrakter funksjonen $f(x) = x^2e^{2-x} - e\ln(\sqrt{e})$. Stigningstallet a for tangenten til f i $x = 2$ er:
(A) $a = 2$
(B) $a = \frac{3}{2}$
(C) $a = 0$
(D) $a < 0$
(E) Jeg velger å ikke besvare denne oppgaven.

Fasit

Oppgave 1
Sammenlign med andre studenter, spør veilederne!

Oppgave 2

a) $87 - 308x$

b) $54x^{17} - 88x^{10} + 50x^9 - 24x^7 + 8$

c) $7{,}5 \cdot x^{1{,}5} - 7{,}5 \cdot x^{0{,}5} + 0{,}5 \cdot x^{-0{,}5}$

d) $2x + 4x^{-2} - 460x^{-3}$

e) $10{,}5 \cdot x^{2{,}5} + 7{,}5 \cdot x^{-3{,}5}$

f) $6(x+1)e^x$

g) $\ln(x) + 1$

h) $30x[x\ln(x) + 2\ln(x) + 1]e^x$

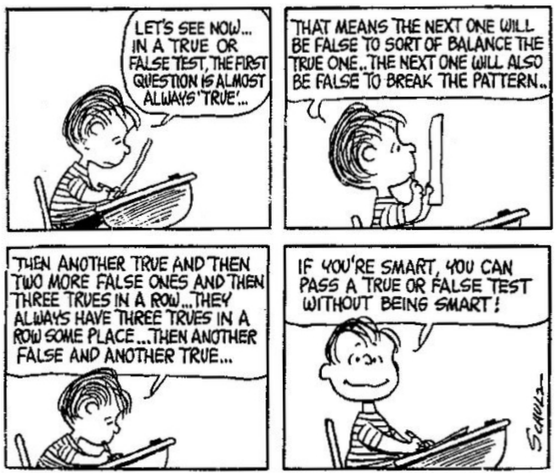
Oppgave 3

a) $\dfrac{12}{(3-7x)^2}$ b) $-\dfrac{46}{(9x-1)^2}$ c) $\dfrac{3x^2-60x-1}{(x-10)^2}$ d) $\dfrac{2x^5(x^4+3)}{(x^4+1)^2}$

e) $-\dfrac{x^{0,2}(4x^2+1{,}2)}{(5x^2-1)^2}$ f) $-\dfrac{10(x-2)}{(x^2-4x+10)^2}$ g) $\dfrac{5[x^2+3-2x^2\ln(x)]}{x(x^2+3)^2}$ h) $\dfrac{2[1-x\ln(x)]}{3xe^x}$

i) $\dfrac{1}{x[\ln(x)+2]^2}$ j) $\dfrac{e^x}{(e^x+2)^2}$

Oppgave 4



Figur 2: True or false

Oppgave 5

$f(x)$	$u(x)$	$g(u)$	$u'(x)$	$g'(u)$	$f'(x)$
$(3x+5)^2$	$3x+5$	u^2	3	$2u$	$18x+30$
$2(x^2+3)^7+4$	x^2+3	$2u^7+4$	$2x$	$14u^6$	$28x(x^2+3)^6$
$7\sqrt{3x-1}$	$3x-1$	$7\sqrt{u}$	3	$\dfrac{7}{2\sqrt{u}}$	$\dfrac{10{,}5}{\sqrt{3x-1}}$
$3e^{x^2+10}$	x^2+10	$3e^u$	$2x$	$3e^u$	$6xe^{x^2+10}$
$\ln(4x^2+5)$	$4x^2+5$	$\ln(u)$	$8x$	u^{-1}	$\dfrac{8x}{4x^2+5}$
$9(4x^3+1)^{3,5}$	$4x^3+1$	$9u^{3,5}$	$12x^2$	$31{,}5u^{2,5}$	$378x^2(4x^3+1)^{2,5}$
$3\left(\dfrac{4x-1}{9x+2}\right)^7$	$\dfrac{4x-1}{9x+2}$	$3u^7$	$\dfrac{17}{(9x+2)^2}$	$21u^6$	$357\cdot\dfrac{(4x-1)^6}{(9x+2)^8}$
$50e^{-0{,}03x}$	$-0{,}03x$	$50e^u$	$-0{,}03$	$50e^u$	$-1{,}5e^{-0{,}03x}$
$\ln(1+e^{-x})$	$1+e^{-x}$	$\ln u$	$-e^{-x}$	u^{-1}	$-\dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$
$\dfrac{2}{(2x+1)\sqrt{2x+1}}$	$2x+1$	$2u^{-1,5}$	2	$-3u^{-2,5}$	$-6(2x+1)^{-2,5}$

Oppgave 6
a) $12+10=22$ b) $\frac{2-1}{10^2}=0{,}01$ c) $f'(3)=g'(u(3))\cdot u'(3)=1{,}07\cdot 2=2{,}14$

Oppgave 7
a) $3^{5000}=(3^5)^{1000}=243^{1000}$ mens $4^{4000}=(4^4)^{1000}=256^{1000}$
b) $\ln(1{,}02^{4321})=4321\cdot\ln(1{,}02)=85{,}57$ og $\ln(1{,}025^{3478})=3478\cdot\ln(1{,}025)=85{,}88$. Fordi $\ln(x)$ er en strengt voksende funksjon følger det at $1{,}02^{4321}<1{,}025^{3478}$.
c) 1000 år med 12% rente og årlig forentning gir en lavere total vekstfaktor enn 1000 år med 12% rente og månedlig forrentning.

Oppgave 8
C