	Emne	Lærebok	Oppgaver
1	Funksjoner i to variabler	[E] 7.1	[E] 7.1.1 - 7.1.2
2	Grafer og nivåkurver	[E] 7.1	[E] 7.1.3 - 7.1.4
3	Lineære funksjoner	[E] 7.2	[E] 7.2.1 - 7.2.3

Oppgaveark 38-39

5d) $A^7 \cdot \underline{x} = \underline{b}$ $\qquad \underline{a=-1}$

$|A| = 0$ for $a=2$, $a = 19/8$

$\Rightarrow |A| \neq 0$ når $a=-1$

Skal vise: har eksakt én løsning

$\Updownarrow$

$|A^7| \neq 0$

Løsning:

$$|A^7| = |\underbrace{A\cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{7 \text{ gg.}}| = \underbrace{|A|\cdot|A|\cdots|A|}_{7 \text{ gg}}$$

$$= |A|^7 \neq 0$$

ok

Finn $\underline{x}$:

$$A^7 \cdot \underline{x} = \underline{b} \quad | A^{-1}\cdot$$

$$A^{-1}\cdot A^7 \underline{x} = A^{-1}\underline{b}$$

$$A^6 \underline{x} = A^{-1}\underline{b}$$

$$A^{-1}A^6 \underline{x} = A^{-1}(A^{-1}\underline{b})$$

$$A^5 \underline{x} = (A^{-1})^2 \underline{b}$$

$$\vdots$$

$$\underline{x} = (A^{-1})^5 (A^{-1})^2 \underline{b}$$

$$\underline{x} = \underline{\underline{(A^{-1})^7 \underline{b}}}$$

7) Metode for å finne A^{-1}:

$$(A|I) \xrightarrow[\text{elementære radoperasjoner}]{} \ldots \rightarrow \overset{\text{red. trappef.}}{(B|C)}$$

$B = I$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{i) } B \neq I: \ A \text{ ikke invertibel} \\ \text{ii) } B = I: \ C = A^{-1} \end{array}}$$

$E_r \cdots E_2 E_1 A = I \qquad CA = I \Rightarrow A^{-1} = C$

$E_r \cdots E_2 E_1 I = C \Rightarrow C = E_r E_{r-1} \cdots E_2 \cdot E_1$

① Funksjoner i to variabler

Eks:

$f(x,y) = 2x-3y+1$ ← lineær funksjon

$\left.\begin{array}{l} f(x,y) = x^2+y^2 \\ f(x,y) = y^2-x^3+x-1 \end{array}\right\}$ ← polynomfunksjoner av grad 2 og 3

$f(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$ ← rasjonal funksjon (polynom / polynom)

$\left.\begin{array}{l} f(x,y) = xe^y \\ f(x,y) = \ln(x^2+y^2) \end{array}\right\}$ ← funksjoner med eksponensialfn. / logaritmer

$f(x,y) = 120x^{-0.25}y^{1.25} = 120\dfrac{y^{5/4}}{x^{1/4}} = 120\dfrac{\sqrt[4]{y^5}}{\sqrt[4]{x}}$ Cobb-Douglas fn.

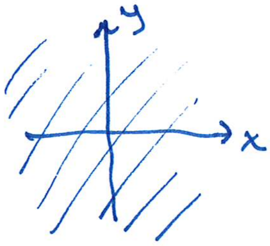
$D_f = \{(x,y) : x,y>0\}$

Definisjonsområde:

D_f (defn. område til funksjonen f) = alle tallpar (x,y) der funksjonen er definert

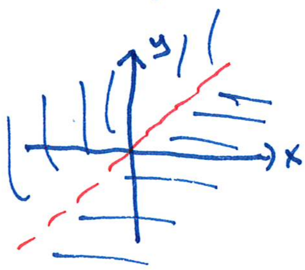
Eks: $f(x,y) = y^2-x^3+x-1$

D_f = alle tallpar (x,y) $= \mathbb{R}^2$



$f(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$

D_f = alle tallpar (x,y) med $x \neq y$ $(x-y \neq 0)$



$= \{(x,y) : x \neq y\}$

mengden av tallpar (x,y) slik at $x \neq y$

$f(x,y) = \ln(x^2+y^2)$,

$D_f = \{(x,y) : (x,y) \neq (0,0)\}$

Eivind Eriksen, Kontor B3y-085, eivind.eriksen@bi.no
http://www.dr-eriksen.no/teaching/MET1180/
Handelshøyskolen BI
Siviløkonomstudiet

Verdimengde:

Skrivemåte for funksjonsverdier: $z = f(x,y)$

Eks: $f(x,y) = x^2+y^2$, $D_f = \mathbb{R}^2$

$f(0,0) = 0$ $f(1,0) = 1$

$f(1,1) = 2$ $f(0,-1) = 1$

$\vdots$ $\vdots$

$$z = f(x,y) = x^2+y^2$$

Verdimengden til f: V_f = mengden av alle mulige funksjonsverdier

$= \{ z : z = f(x,y) \}$

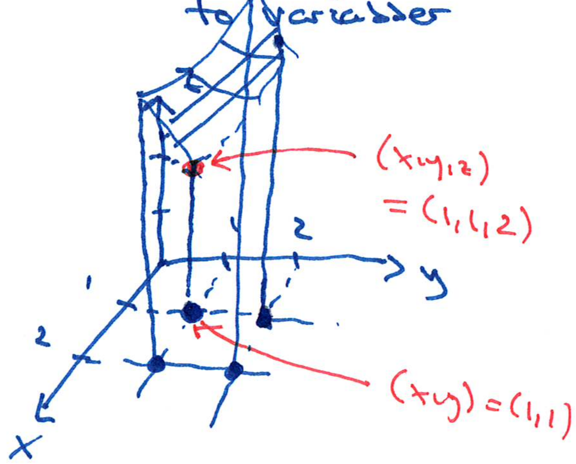
Eks: $f(x,y) = x^2+y^2$ $V_f = [0, \infty) = [0, \rightarrow)$

min. verdi til f maks. verdi til f

(Like vanskelig å finne verdimengden som å finne maks/min!)

(2) Grafen til f

$f(x,y)$: funksjon i to variabler



Defn: Grafen til f er alle talltripler (x,y,z), tegnet inn i xyz-koordinatsystemet, slik at (x,y) er i D_f og $z = f(x,y)$.

Eks: $f(x,y) = x^2+y^2$

Nivåkurver:

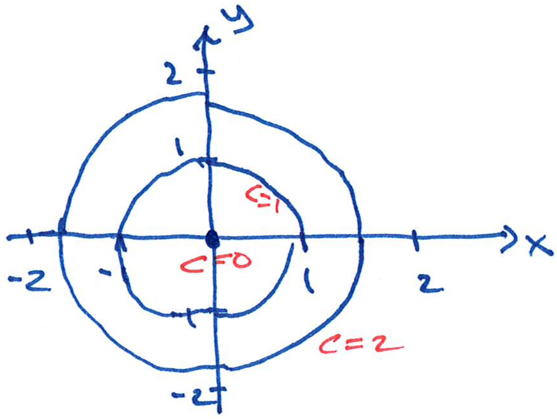
$z = c$: $f(x,y) = c$ ← Likningen til nivåkurven til f i høyde $z = c$.

Eks: $f(x,y) = x^2 + y^2$

$c = -1$: $x^2 + y^2 = -1$ ingen pkt.

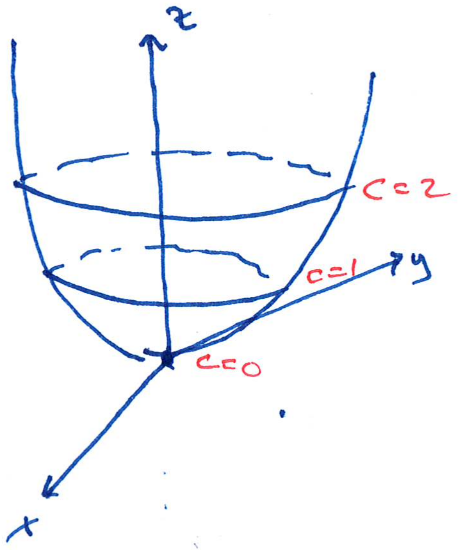
$c = 0$: $x^2 + y^2 = 0$ punktet $(0,0)$

$c = 1$: $x^2 + y^2 = 1$ sirkel, sentrum $(0,0)$ radius $r = 1$



$c = 2$: $x^2 + y^2 = 2$ sirkel, sentrum $(0,0)$, $r = \sqrt{2}$

$c > 0$: $x^2 + y^2 = c$ — " — , $r = \sqrt{c}$

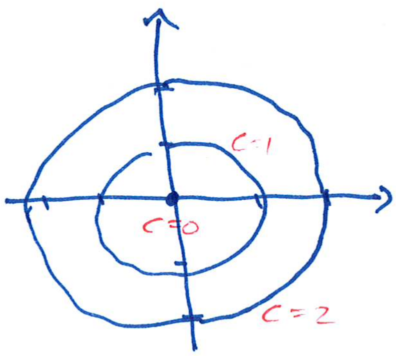


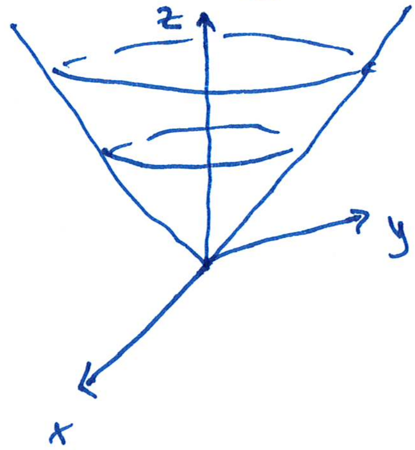
Eks: $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Nivåkurve i h. c : $\sqrt{x^2+y^2} = c$

$x^2 + y^2 = c^2$

$c > 0$: sirkel, sentrum $(0,0)$, $r = c$

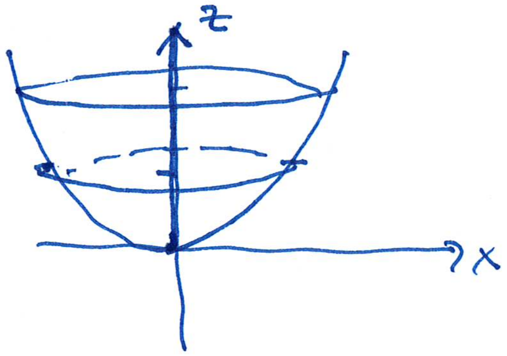




Andre tverrsnitt: $y = c$ eller $x = c$

Eks: $f(x,y) = x^2 + y^2$

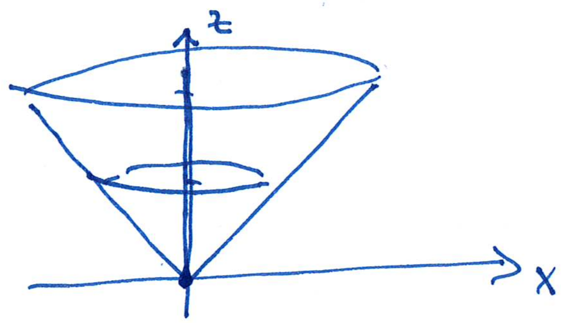
$y=0$: $z = f(x,0) = x^2$



$V_f = [0, \to)$

$f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$

$y=0$: $z = f(x,0) = \sqrt{x^2} = |x|$



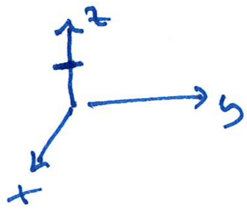
$V_f = [0, \to)$

③ Lineære funksjoner

Defn En funksjon f i to variabler er lineær hvis $f(x,y) = ax + by + c$ er et lineært uttrykk.

Fakta. Graf til en funksjon f er et plan $\Longleftrightarrow$ f er lineær (ingen krumning)

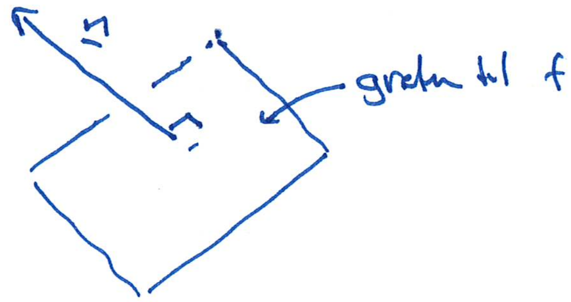
Beskrivelse: i) c er skjæring med z-aksen



Skjæring med z-aksen: $f(0,0) = c \Rightarrow \underline{z = c}$

2) normalvektoren til planet $z = ax + by + c$

er $\underline{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ -1 \end{pmatrix}$ og står vinkelrett på planet $z = ax + by + c$



$\underline{c = 0:}$ $z = ax + by$

$0 = ax + by - z$

$$0 = \underbrace{\begin{pmatrix} a \\ b \\ -1 \end{pmatrix}}_{= \underline{n}} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$