MET 1180, forelesning 10, 26. sept. 2024, Runar Ile

Plan
1. Funksjoner og grafer
2. Lineære funksjoner og rette linjer
3. Kvadratiske funksjoner og parabler
4. Inntekts- og kostnadsfunksjoner

1. Funksjoner og grafer

Eks Empiriske funksjoner
- temperatur som funksjon av tid
- prisen på laks — " —
- alle slags indekser
- fruktbarhet

Definisjon En funksjon er en tabell med funksjonsverdier:

x	....
$f(x)$	....

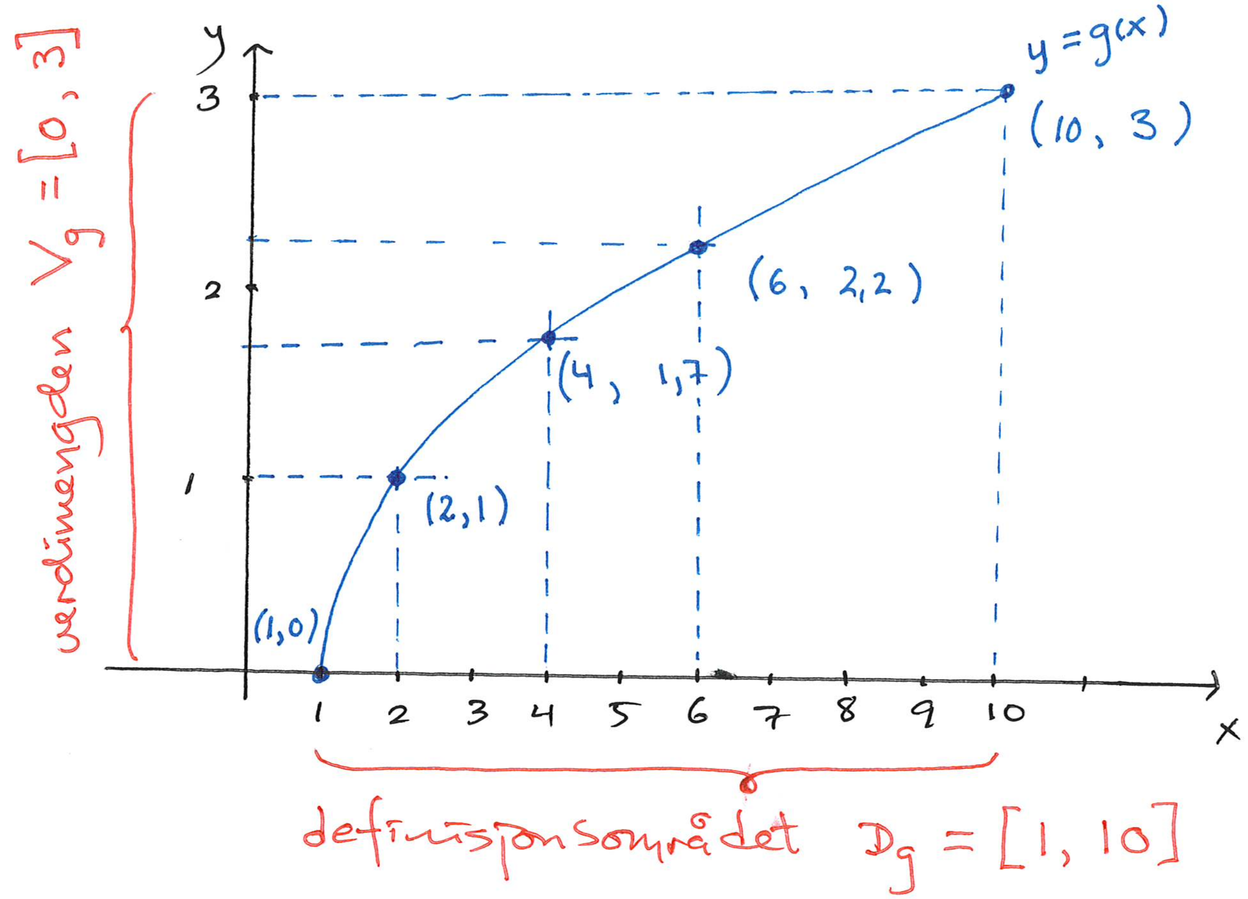
Eks $f(x)$ = gjennomsnittsalder ved første fødsel i år x.

Definisjonsområdet: $x \in [1962, 2022] = D_f$

Eks $g(x) = \sqrt{x-1}$. Det størst mulige definisjonsområdet er $D_g = [1, \rightarrow\rangle$.

Vil tegne grafen til $g(x)$ med $D_g = [1, 10]$

x	1	2	4	6	10
$g(x)$	0	1	1,7	2,2	3



2. Lineære funksjoner $f(x) = ax + b$

- grafen er en rett linje

Ettpunktsformelen

Hvis (x_0, y_0) er et punkt på grafen (en rett linje!) og a er stigningstallet til linjen, så er

$$y - y_0 = a \cdot (x - x_0)$$

avhengig variabel (y)

uavhengig variabel (x)

Start: 9.00

EKS Hvis $(x_0, y_0) = (9, 25)$ og

$(x_1, y_1) = (11, 31)$ er to punkter

på en linje så er stigningstallet
(den relative endringen)

til linjen

$$a = \frac{\text{endring i } y}{\text{endring i } x} = \frac{31-25}{11-9} = \frac{6}{2} = 3$$

Da sier ettpunktsformelen at

$$y - 25 = 3 \cdot (x - 9) \qquad | +25$$

$$y = 3x - 27 + 25$$

$$y = 3x - 2$$

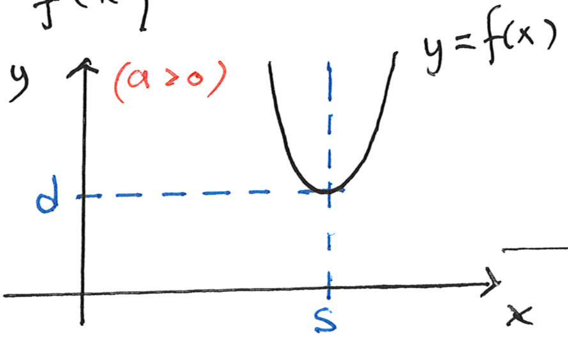
så $f(x) = 3x - 2$ er funksjonsuttrykket til linjen.

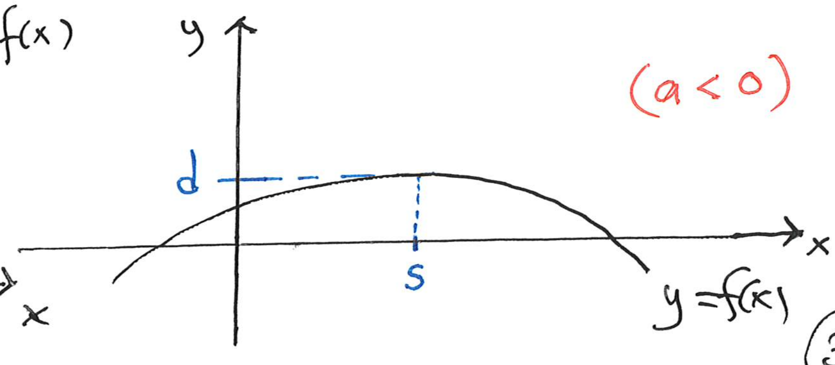
3. Kvadratiske funksjoner og parabler

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Hvis vi vil tegne/forstå grafen er følgende standard form bedre:

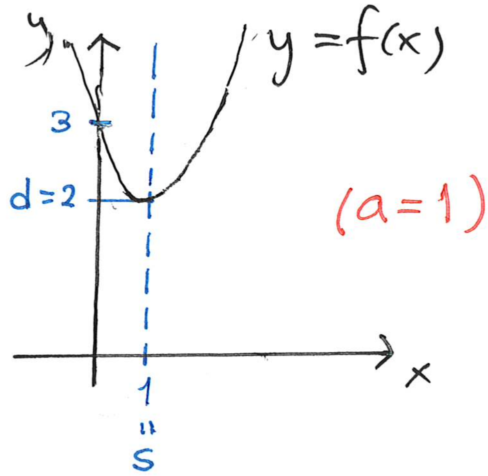
$$f(x) = a \cdot (x - s)^2 + d$$ „ved å fullføre kvadratet"





Fks $f(x) = x^2 - 2x + 3$

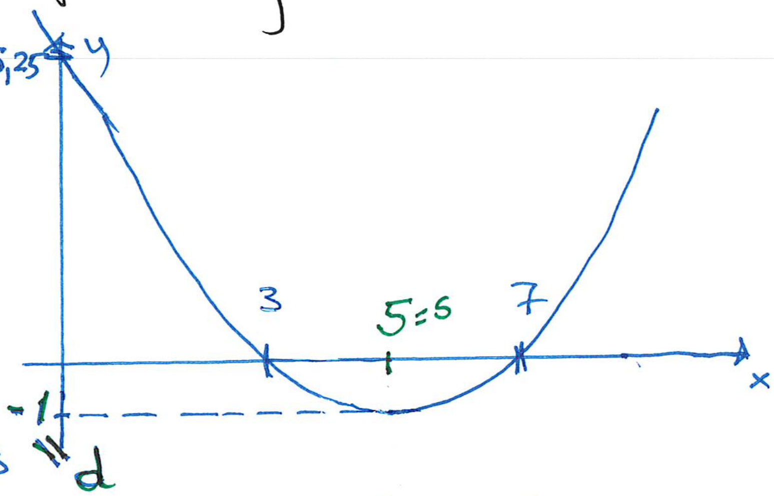
$= (x-1)^2 + 2$



Oppg Den kvadratiske funksjonen $f(x)$ har minimumsverdi $y = -1$ og symmetrilinjen er $x = 5$ og punktet $(9, 3)$ ligger på grafen.

a) Bestem uttrykket $f(x) = a(x-s)^2 + d$

b) Bestem hvor grafen skjærer x-aksen og y-aksen.



Løsning

a) Har fått oppgitt

$s = 5$, $d = -1$

så $f(x) = a \cdot (x-5)^2 - 1$

Vet at $f(9) = 3$ dvs

$a \cdot (9-5)^2 - 1 = 3$ (en likning for a)

$16a = 4$

$a = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0.25$

så $\underline{\underline{f(x) = 0{,}25 \cdot (x-5)^2 - 1}}$

b) Krysser x-aksen: løser likningen $f(x) = 0$

dvs $0.25 \cdot (x-5)^2 - 1 = 0$

$$0.25 \cdot (x-5)^2 = 1 \quad | \cdot 4$$

$$(x-5)^2 = 4$$

så $x - 5 = 2$ eller $x - 5 = -2$

$\underline{\underline{x = 7}}$ el. $\underline{\underline{x = 3}}$

Krysser y-aksen: $y = f(0) = 0.25 \cdot (0-5)^2 - 1$

$$= 0,25 \cdot 25 - 1$$

$$= 6,25 - 1$$

$$= \underline{\underline{5,25}}$$

4. Inntekts- og kostnadsfunksjoner

Profitt = Inntekt − Kostnad

$$P(x) = I(x) - K(x)$$

x = antall produserte enheter

$\overset{\text{antar}}{=}$ antall solgte enheter

<u>Eks</u> $I(x) = 15 \cdot x$, $K(x) = 0,05x^2 - 10x + 525$

Bestem antall enheter x som gir maks. profitt og beregn denne profitten.

Løsn $P(x) = 15x - (0{,}05x^2 - 10x + 525)$

$\vdots$ fullfører kvadratet

$= -0{,}05(x - 250)^2 + 2600$

$a = -0{,}05$

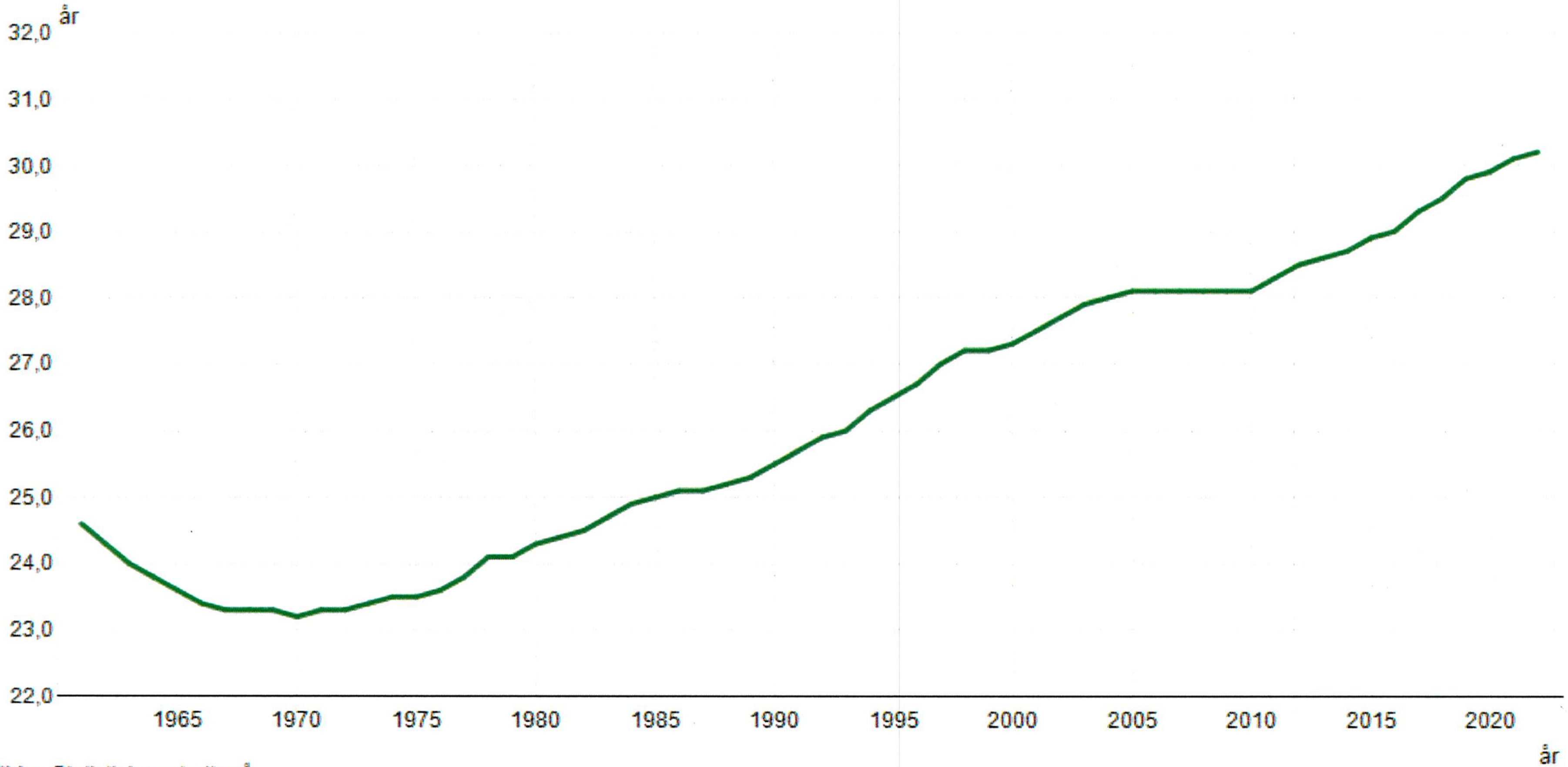
$s = 250$

$d = 2600$

Maks. profitt ved $\underline{\underline{x = 250}}$ enheter

Maks. profitt $= P(250) = \underline{\underline{2600}}$

07872: Foreldrenes gjennomsnittlige fødealder ved første barns fødsel, etter år. Mors fødealder første barn.

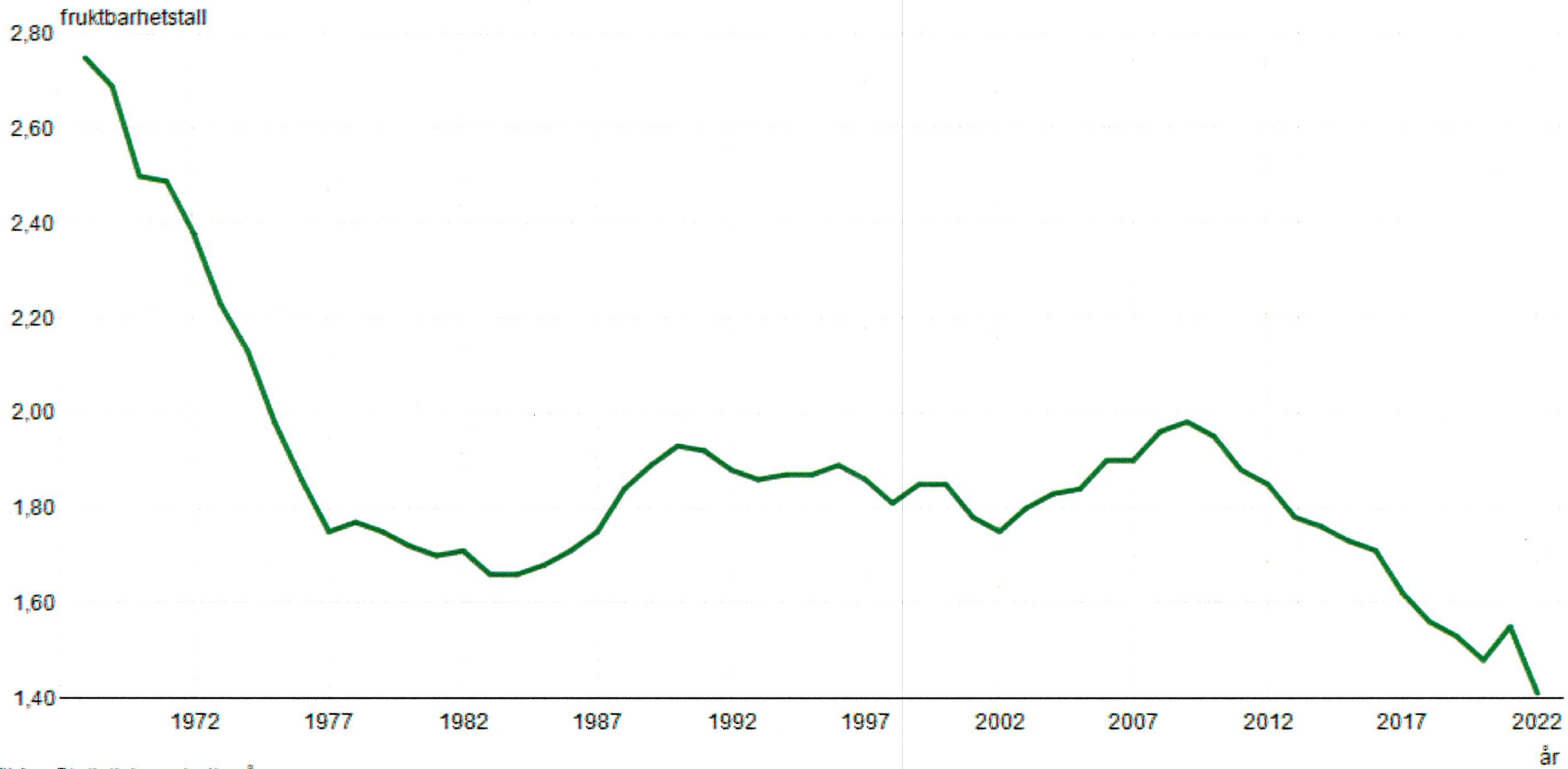


Kilde: Statistisk sentralbyrå

Fotnoter

Tall for 1961-1985 er beregnet ut fra nytt tilgjengelig datagrunnlag fra 2009. Tilsvarende datagrunnlag brukes for beregning av fars gjennomsnittsalder ved første barns fødsel.

04232: Samlet fruktbarhetstall, kvinner, etter år. Samlet fruktbarhetstall, kvinner.



Kilde: Statistisk sentralbyrå

Fotnoter

Samlet fruktbarhetstall er summen av 1-årige aldersavhengige fruktbarhetsrater 15-49 år. Antall barn hver kvinne kommer til å føde under forutsetning av at fruktbarhetsmønstret i perioden varer ved og at dødsfall ikke forekommer.

Figur 1. Barnetallfordeling 30-åringer, utvalgte kohorter. Prosent