MET 1181, 7. forelesning, 30. sept. 2021, Runar Ile

Plan
1. Funksjoner og grafer
2. Lineære funksjoner og rette linjer
3. Kvadratiske funksjoner og parabler
4. Inntekts- og kostnadsfunksjoner

1. Funksjoner og grafer

Eks Empiriske funksjoner

- temperatur som en funksjon av tiden
- fruktbarhet
- prisen på laks
- alle slags indekser

En funksjon er en tabell med funksjonsverdier

x	....
$f(x)$	....

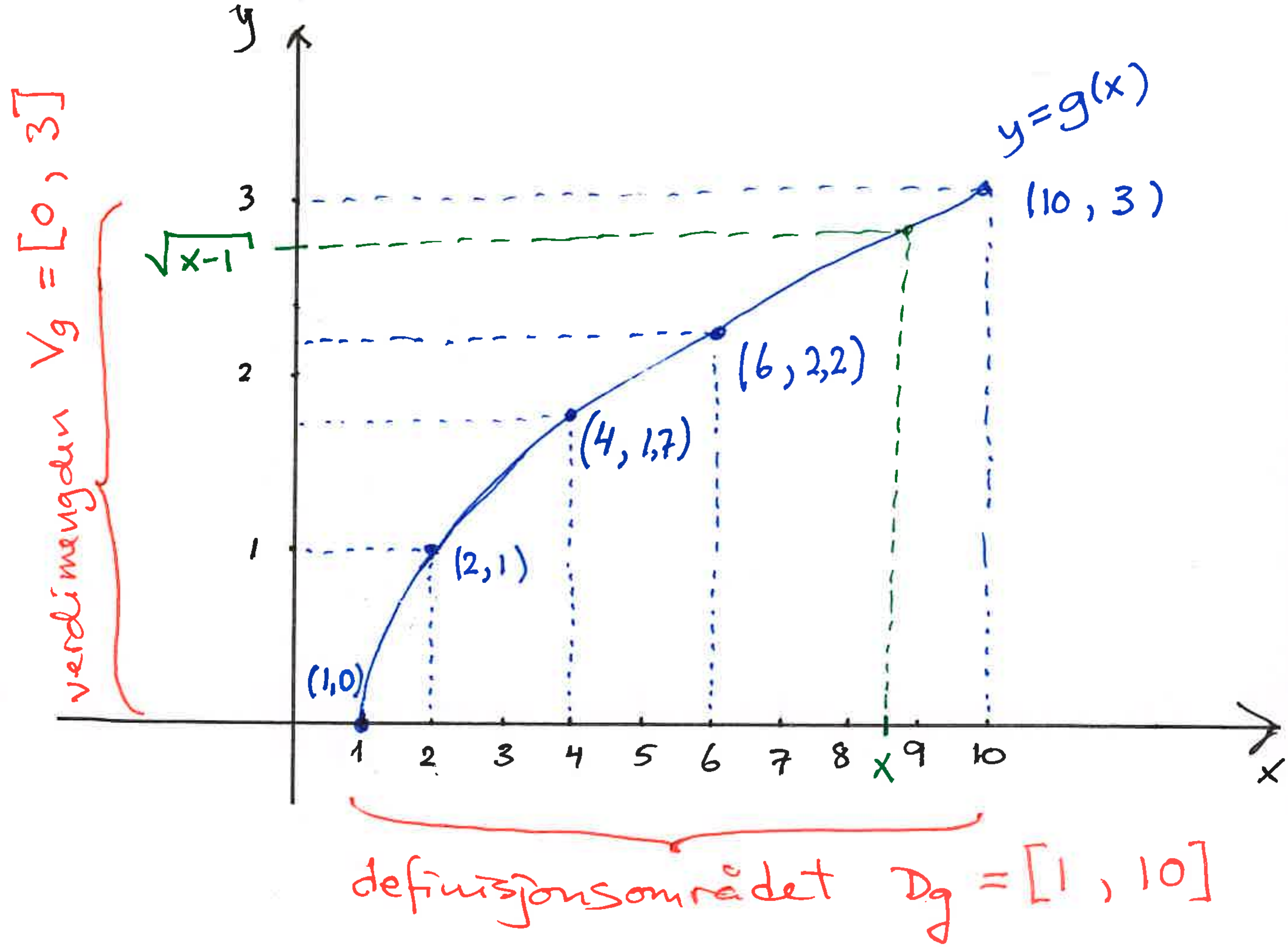
Eks $f(x)$ = gjennomsnittsalder ved første fødsel i år x.

Definisjonsområdet: $x \in [1961, 2019] = D_f$

Eks $g(x) = \sqrt{x-1}$. Det størst mulige definisjonsområdet er $D_g = [1, \to\rangle$

Vil tegne grafen til $g(x)$ med $D_g = [1, 10]$

x	1	2	4	6	10
$g(x)$	0	1	1,7	2,2	3



2. Lineære funksjoner $\quad f(x) = ax + b$

– grafen er en rett linje

Ettpunktsformelen:
Hvis (x_0, y_0) er et punkt på grafen og a er stigningstallet, så er

$$y - y_0 = a \cdot (x - x_0)$$

Eks Hvis $(x_0, y_0) = (9, 25)$ og $(x_1, y_1) = (11, 31)$ er to punkter på en linje så er stigningstallet

$$a = \frac{\text{endring i } y}{\text{endring i } x} = \frac{31-25}{11-9} = \frac{6}{2} = 3$$

Da sier ettpunktsformelen at

$$y - 25 = 3\cdot(x-9) \qquad | +25$$

$$y = 3x - 27 + 25 = 3x - 2$$

så $f(x) = \underline{\underline{3x-2}}$ er funksjonsuttrykket for linjen.

Oppgave Grafen til en lineær funksjon $f(x)$ går gjennom punktene $(20, 46)$ og $(170, 16)$

a) Beregn stigningstallet til linjen

b) Bestem uttrykket for $f(x)$

c) Bestem skjæringspunktene mellom linjen og x-aksen og y-aksen

Løsning a) stigningstallet $a = \frac{16-46}{170-20} = \frac{-30}{150} = \underline{\underline{-\frac{1}{5}}} = \underline{\underline{-0{,}2}}$

b) Ettpunktsformelen med $(20, 46)$ gir

$$y - 46 = -0{,}2\cdot(x-20)$$

$$y = -0{,}2x + 0{,}2\cdot 20 + 46 = \underline{\underline{-0{,}2x+50}} = f(x)$$

c) linjen skjærer y-aksen i $(0, f(0)) = \underline{\underline{(0, 50)}}$

linjen skjærer x-aksen: Løsningen på likningen

$f(x) = 0$ dvs $-0{,}2x + 50 = 0$

$$-0{,}2x = -50 \quad | : -0{,}2$$

$$x = \frac{-50}{-0{,}2} = 250$$

så skjæringspunktet er $\underline{\underline{(250, 0)}}$

Start: 9.00

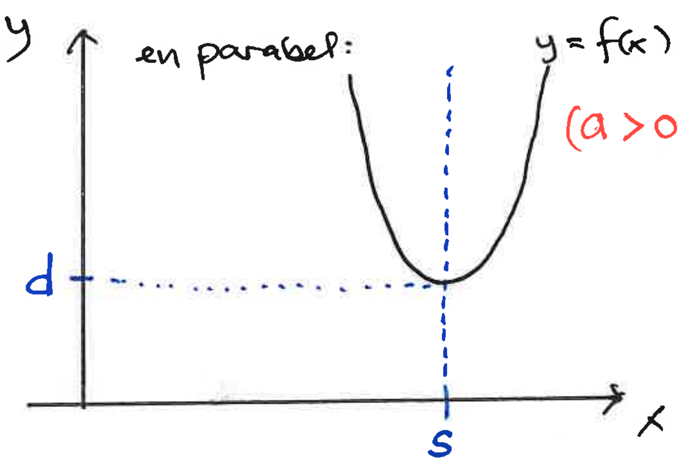
---

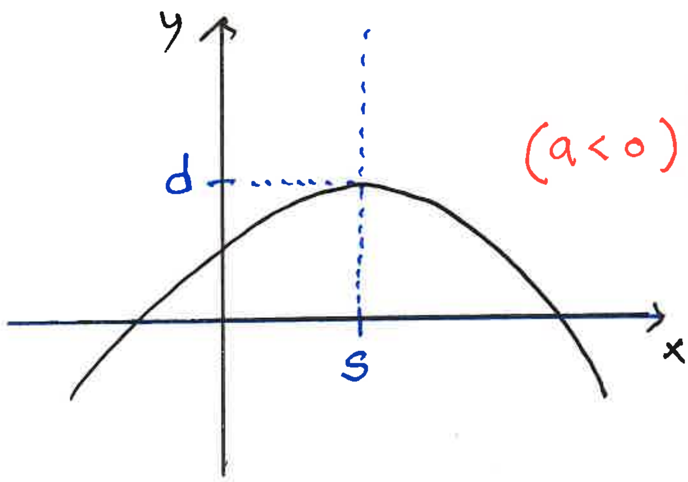
3. Kvadratiske funksjoner og parabler

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Hvis vi vil tegne/forstå grafen er følgende standardformen bedre:

$$f(x) = a \cdot (x - s)^2 + d$$ „ved å fullføre kvadratet"





Eks $f(x) = x^2 - 2x + 3$

$$= (x-1)^2 + 2$$

$(a = 1, s = 1, d = 2)$

Oppgave Den kvadratiske funksjonen $f(x)$ har minimumsverdi $y = -1$ og symmetrilinje $x = 5$ og punktet $(9, 3)$ ligger på grafen.

a) Bestem uttrykket $f(x) = a\cdot(x-s)^2 + d$

b) Bestem hvor grafen skjærer x-aksen og y-aksen.

Løsning a) Har fått oppgitt $s = 5$ og $d = -1$

så $f(x) = a\cdot(x-5)^2 - 1$

Vet at $f(9) = 3$ dvs

$$a\cdot(9-5)^2 - 1 = 3$$

$$a\cdot 4^2 = 3+1 = 4 \quad | : 16$$

$$a = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

og $f(x) = \underline{\underline{0{,}25\cdot(x-5)^2 - 1}}$

b) Krysser x-aksen: Løser $f(x) = 0$

dvs $0{,}25\cdot(x-5)^2 - 1 = 0$

$$0{,}25\cdot(x-5)^2 = 1 \quad | \cdot 4$$

$$(x-5)^2 = 4$$

så $x-5 = 2$ eller $x-5 = -2$

dvs $\underline{\underline{x = 7}}$ eller $\underline{\underline{x = 3}}$

Krysser y-aksen: $y = f(0) = 0{,}25 \cdot (0-5)^2 - 1$

$= 0{,}25 \cdot 25 - 1$

$= 6{,}25 - 1 = \underline{\underline{5{,}25}}$

---

4. Inntekts- og kostnadsfunksjoner

Profitt = Inntekt − Kostnad

$P(x) = I(x) - K(x)$, x = ant. produserte og solgte enheter

Eks $I(x) = 15x$, $K(x) = 0{,}05x^2 - 10x + 525$

Bestem ant. enheter x som gir maks. profitt og beregn denne profitten.

$$P(x) = -0{,}05x^2 + 25x - 525$$

$$= -0{,}05\left[x^2 + \frac{25}{-0{,}05}x + \frac{-525}{-0{,}05}\right]$$

$$= -0{,}05\left[x^2 - 500x + 10\,500\right]$$

$$= -0{,}05 \cdot \left[(x-250)^2 - 250^2 + 10\,500\right]$$

$$= -0{,}05 \cdot \left[(x-250)^2 - 62500 + 10\,500\right]$$

$$= -0{,}05 \cdot \left[(x-250)^2 - 52000\right]$$

$$= -0{,}05(x-250)^2 + 2600$$

$a = -0{,}05$

$s = 250$

$d = 2600$

Maks. profitt ved $\underline{\underline{x = 250}}$ enheter

Maks. profitt $= P(250) = \underline{\underline{2600}}$