MET 1181, 12. forelesning, 2. nov. 2021, Runar Ile

Plan: „Ta" noen oppgaver fra fagprøven (MET 11804)

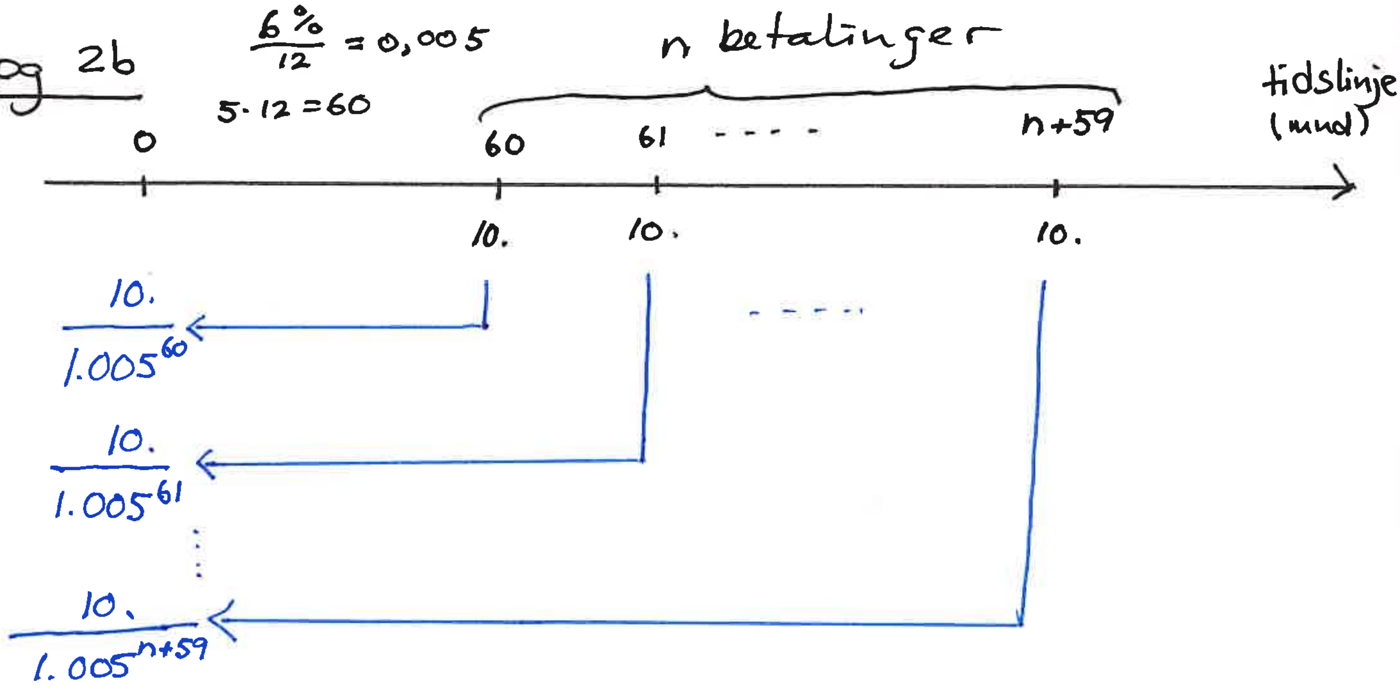
1. Finansmatematikk: Oppg 2b, 3b og c
2. Inverse funksjoner og asymptoter: Oppg 11 a og b
3. Resten til en polynomdivisjon: Oppg 6b og c
4. ~~Ulikheter og fortegnsskjema: Oppg 5c~~

1. Finansmatematikk

Oppg 2b

$\frac{6\%}{12} = 0{,}005$

$5 \cdot 12 = 60$



Sum = nåverdien av kontantstrømmen = lånebeløp

Geom. rekke som jeg leser ovenfra og ned:

første ledd $a_1 = \frac{10.}{1{,}005^{60}}$

mult. faktor $k = \frac{1}{1{,}005}$

ant. ledd er n.

Formelen gir

$$a_1 \cdot \frac{k^n - 1}{k - 1} = \frac{10\,000}{1,005^{60}} \cdot \frac{\left(\frac{1}{1,005}\right)^n - 1}{\left(\frac{1}{1,005} - 1\right)}$$

Når $n \longrightarrow \infty$ vil $\left(\frac{1}{1,005}\right)^n = \frac{1}{1,005^n} \longrightarrow 0$

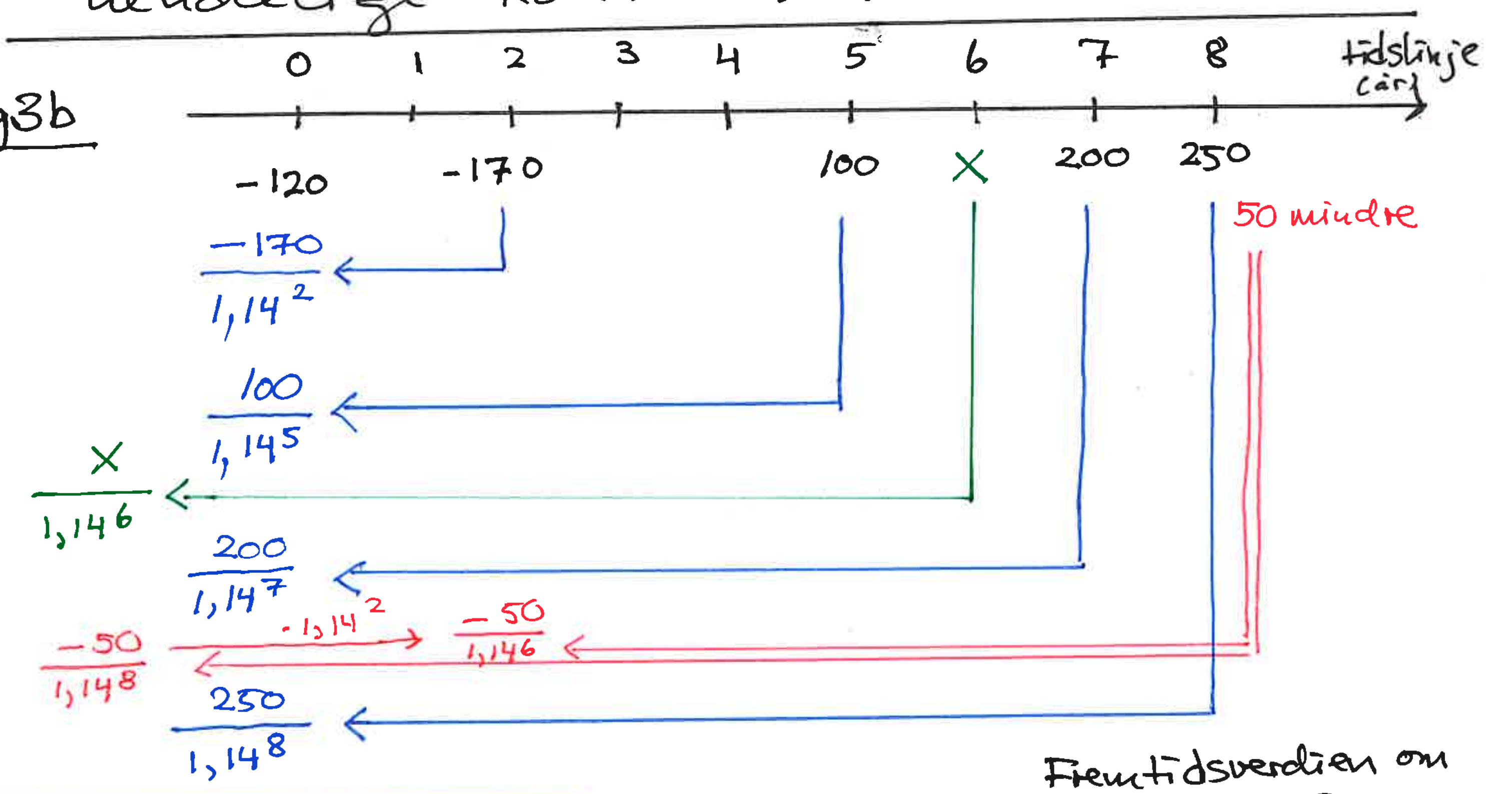
Så summen vil nærme seg

$$\frac{10\,000}{1,005^{60}} \cdot \frac{0 - 1}{\left(\frac{1}{1,005} - 1\right)} \cdot \frac{(-1)}{(-1)} = \frac{10\,000}{1,005^{60}} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{1,005}\right)} \cdot \frac{1,005}{1,005}$$

$$= \frac{10\,000}{1,005^{60}} \cdot \frac{1,005}{1,005 - 1} = \frac{10\,000 \cdot 1,005}{1,005^{60} \cdot 0,005} = \underline{\underline{1490158,11}}$$

som vi tolker som nåverdien (=lånebeløpet) til den uendelige kontantstrømmen.

oppg 3b



Sum = nåverdi $\overset{(a)}{=}$ $-31,31$

Fremtidsverdien om 6 år av 31,31

Sum = 0 dvs $\frac{X}{1,14^6} - 31,31 = 0$ dvs $X = +31,31 \cdot 1,14^6 = \underline{\underline{68,72}}$

Oppg 3c Ny nåverdi: $\frac{-50}{1,14^8} \xrightarrow{\cdot 1,14^2} \frac{-50}{1,14^6} = \underline{\underline{-22,78}}$

Så vi endrer -170 til $-(170-22,78)$

$= -147,22$

---

2. Inverse funksjoner og asymptoter

Oppg 11a $f(x) = \sqrt{x-1} + 3$, $D_f = [1, 26]$

Vil finne den omvendte funksjonen $g(x)$ med D_g og V_g.

(1) Løser likningen $y = \sqrt{x-1} + 3$ for x

dvs $y - 3 = \sqrt{x-1}$

kvad. på b.s.

$$(y-3)^2 = x - 1$$

$$(y-3)^2 + 1 = x$$

(2) Bytter var. $x \leftrightarrow y$ og får $g(x) = \underline{\underline{(x-3)^2 + 1}}$

(3) Alltid $V_g = D_f = \underline{\underline{[1, 26]}}$

og $D_g = V_f$. Må altså bestemme V_f.

Fordi $f(x)$ er en voksende funksjon ($\sqrt{x}$ er voksende)

er minimalverdien $f(1) = \sqrt{1-1} + 3 = \underline{3}$.

og maksimalverdien $f(26) = \sqrt{26-1} + 3 = \underline{8}$

Ved skjæringssetningen vil alle verdier mellom 3 og 8 forekomme og $\underline{\underline{D_g = [3, 8]}}$

Start: 9.06

<u>Oppg 11b</u> $f(x) = e^{-0,1x+2} + 5$, $D_f = [10, \infty\rangle$

Skal finne den omv. funk. $g(x)$ og D_g og V_g.

① Løser likningen $y = e^{-0,1x+2} + 5$ for x $\mid -5$

$$y-5 = e^{-0,1x+2}$$

Setter b.s. inn i $\ln(-)$

$$-2 \mid \quad \ln(y-5) = \ln\left(e^{-0,1x+2}\right) = -0,1x+2$$

$$-2+\ln(y-5) = -0,1x \quad \mid \cdot(-10)$$

$$20-10\ln(y-5) = x$$

② Bytter variabler $x \leftrightarrow y$ så

$$\underline{\underline{g(x) = 20-10\ln(x-5)}}$$

③ $V_g = D_f = \underline{\underline{[10, \rightarrow\rangle}}$

og $D_g = V_f$ som må bestemmes.

<u>Merk</u> $f(x) = e^{-0,1x} \cdot e^2 + 5 = \dfrac{e^2}{e^{0,1x}} + 5$

så $f(x)$ er strengt avtagende (fordi $e^{0,1x}$ er strengt voksende) og

$y = 5$ er en horisontal asymptote fordi

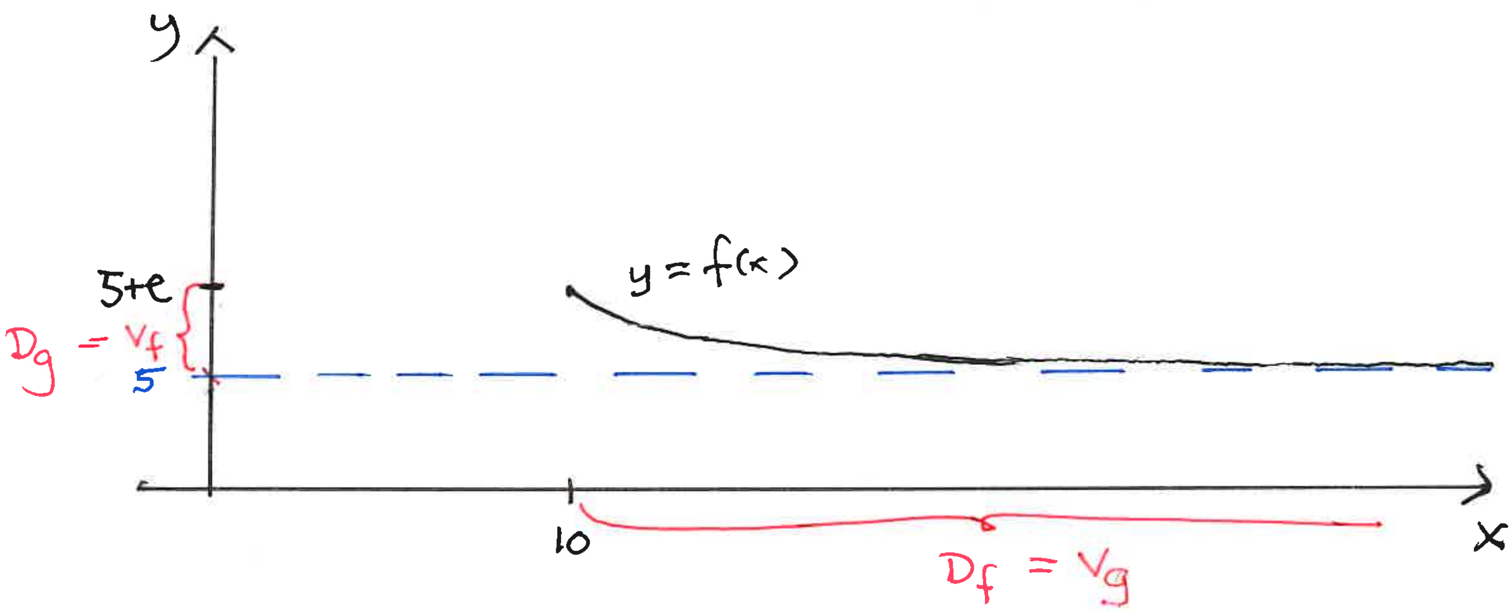
$$\frac{e^2}{e^{0,1x}} + 5 \xrightarrow[x\to\infty]{} 0^+ + 5 = 5^+$$

Vi får (fordi f(x) er kontinuerlig) alle y-verdier mellom $e+5$ og 5, men ikke 5 selv:

tilsv. $\dfrac{e^2}{e^{0,1x}} + 5 = 5$ har ingen løsninger

dvs $\dfrac{e^2}{e^{0,1x}} = 0$ men v.s > 0 for alle x.

<u>Konklusjon</u> $D_g = V_f = \underline{\underline{\langle 5, 5+e]}}$



<u>3. Resten til en polynomdivisjon</u>

<u>Oppg 6b</u> $f(x) : g(x) = q(x) + \dfrac{r}{g(x)} \quad \Big| \cdot g(x)$ resten

$g(x) = x - t$

gir $f(x) = q(x)(x-t) + r$

Siden $g(x) = x - t$ har x-grad lik 1 er x-graden til r lik 0, dvs r er et uttrykk med tall og t-er, ingen x-er.

Setter $x = t$: $f(t) = q(t) \cdot \underbrace{\underbrace{(t-t)}_{0}}_{0} + r$

så $\underline{\underline{f(t) = r}}$

c) Resten $r = 0$ betyr (fra (b)) at $f(t) = 0$
dvs at $x = t$ er nullpunktet for $f(x)$.

Fra (a) vet vi at $\underline{x = 1}$ er et nullpunkt.

$f(x) : (x-1) \overset{(a)}{=} x^3 + 3x^2 - 25x + 21$

gjetter på en rot her, f. eks. $x = 3$:
$3^3 + 3 \cdot 3^2 - 25 \cdot 3 + 21 = 27 + 27 - 75 + 21 = 0$

Ny polynomdiv:
$x^3 + 3x^2 - 25x + 21 : (x-3) = x^2 + 6x - 7$

(se løsningsf.)

Faktoriserer $x^2 + 6x - 7 = (x+7)(x-1)$

Får $f(x) = (x-1)^2 (x-3)(x+7)$

så $\underline{\underline{t \text{ er enten } 1,\ 3 \text{ el. } 7}}$ (1 er dobbeltrot)