Veiledningsoppgaver

Oppgave 1. *Fra Oppgavesett 24*
Anta at A og B er 3×3-matriser med $|A| = 2$ og $|B| = -5$. Regn ut:

a) $\det(AB)$ b) $\det(3A)$ c) $\det(-2B^T)$ d) $\det(2A^{-1}B)$

Oppgave 2.
La A være en 2×3-matrise.

a) Er A symmetrisk?

b) Er $A^T A$ symmetrisk?

c) Regn ut $A^T A$ når $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Oppgave 3.
Eksamen MET11803 12/2018
Vi betrakter det lineære systemet $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, hvor

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & a \\ 1 & 2 & 3 \\ a & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -a \\ 3-a \end{pmatrix}$$

og a er en parameter.

a) **(6p)** Løs det lineære systemet når $a = 1$.

b) **(6p)** Finn determinanten $\det(A)$, og bestem verdiene av a slik at $\det(A) = 0$.

c) **(6p)** Bestem alle verdier av a slik at $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ har uendelig mange løsninger.

d) **(6p)** Regn ut $A^2 - 3A$ når $a = 1$.

Oppgave 4.
Eksamen MET11803 06/2016
Vi betrakter det lineære likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ når matrisen A og vektorene $\mathbf{x}$ og $\mathbf{b}$ er gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} 2-s & 3 & 3 \\ 3 & 2-s & 3 \\ 3 & 3 & 2-s \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ s+4 \\ 1-2s \end{pmatrix}$$

Vi betrakter s som en parameter og x,y,z som variable.

a) **(6p)** Løs det lineære systemet når $s = 8$. Hvor mange frihetsgrader har systemet?

b) **(6p)** Regn ut $|A|$ for en vilkårlig verdi av s.

c) **(6p)** Finn A^{-1} når $s = 0$, og bruk A^{-1} til å løse det lineære systemet i dette tilfellet.

d) **(6p)** For hvilke verdier av s har det lineære systemet eksakt én løsning? Finn x i disse tilfellene.

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

a) -10 b) 54 c) 40 d) -20

Oppgave 2.

a) Nei b) Ja c) $\begin{pmatrix} 10 & 8 & 6 \\ 8 & 10 & 0 \\ 6 & 0 & 10 \end{pmatrix}$

Oppgave 3.

a) $(x,y,z) = (2,0,-1)$

b) $|A| = -a(2a+3)$, og $|A| = 0$ for $a = 0$ og $a = -3/2$

c) $a = 0$

d) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 8 & -2 \\ 1 & -2 & 10 \end{pmatrix}$

Oppgave 4.

a) Det er altså én frihetsgrad for $s = 8$, og løsningene er $(x,y,z) = (z-2, z-3, z)$ der z er fri.

b) $|A| = -s^3 + 6s^2 + 15s + 8$

c) $A^{-1} = \frac{1}{8}\begin{pmatrix} -5 & 3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 3 & 3 & -5 \end{pmatrix}$ og $(x,y,z) = (0,-1,2)$ for $s = 0$.

d) For $s \neq -1, 8$ har systemet eksakt én løsning, med x-koordinat $x = 0$.