

Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

Vi ser på matrisene

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$$

Regn ut følgende uttrykk, dersom det er mulig:

- a) $A + B$ b) $2A - 3B$ c) $A - C$ d) AB e) BC f) ABC
g) AC h) A^2 i) BA j) CB k) C^2 l) $C^T A$

Oppgave 2.

Finn A^{-1} , dersom det er mulig:

- a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ c) $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$
d) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ f) $A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & -2 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

Oppgave 3.

Bestem de verdiene av a som er slik at den inverse matrisen til A eksisterer, og regn ut A^{-1} i disse tilfellene:

- a) $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & a \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 3 & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Oppgave 4.

Vi ser på det lineære systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ med

$$A = \begin{pmatrix} t & 0 & 1 \\ 0 & t & 0 \\ 1 & 0 & t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ t \end{pmatrix}$$

- a) Løs systemet når $t = 2$.
b) Avgjør hvor mange løsninger systemet har for ulike verdier av t .
c) Finn den inverse matrisen A^{-1} når den eksisterer, og bruk dette til å løse systemet i disse tilfellene.

Oppgave 5.

Skriv uttrykkene enklest mulig:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (A+B)^2 & \text{b) } (A^T A)^T & \text{c) } A(3B-C) + (A-2B)C + 2B(C+2A) \\ \text{d) } A^{-1}(BA) & \text{e) } (BAB^{-1})^2 \cdot B^2 & \text{f) } (A-B)(C-A) + (C-B)(A-C) + (C-A)^2 \end{array}$$

Oppgave 6.

Anta at A og B er 3×3 -matriser med $|A| = 2$ og $|B| = -5$. Regn ut:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \det(AB) & \text{b) } \det(3A) & \text{c) } \det(-2B^T) & \text{d) } \det(2A^{-1}B) \end{array}$$

Oppgave 7.

Oppgaver fra læreboken: 6.5.1, 6.5.4 - 6.5.6, 6.6.1 - 6.6.6

Oppgaver fra oppgaveboken: 9.23, 9.25

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} & \text{b) } \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 1 & 2 & 11 \\ -5 & -4 & -10 \end{pmatrix} & \text{c) } \text{ikke definert} & \text{d) } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 5 & 10 & 19 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{e) } \begin{pmatrix} 15 & 0 \\ -4 & 3 \\ 33 & 4 \end{pmatrix} & \text{f) } \begin{pmatrix} 44 & 7 \\ 158 & 19 \\ 14 & 7 \end{pmatrix} & \text{g) } \begin{pmatrix} 11 & 3 \\ 35 & 10 \\ 5 & -5 \end{pmatrix} & \text{h) } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 0 & 7 & 10 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \\ \text{i) } \begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 7 & 13 \end{pmatrix} & \text{j) } \text{ikke definert} & \text{k) } \text{ikke definert} & \text{l) } \begin{pmatrix} -2 & 11 & 14 \\ -1 & 3 & -3 \end{pmatrix} \end{array}$$

Oppgave 2.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} & \text{b) } A^{-1} = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 7 \end{pmatrix} & \text{c) } A^{-1} \text{ ikke definert} \\ \text{d) } A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} & \text{e) } A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} & \text{f) } A^{-1} \text{ ikke definert} \end{array}$$

Oppgave 3.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } A^{-1} = \frac{1}{1-a^2} \begin{pmatrix} 1 & -a \\ -a & 1 \end{pmatrix} \text{ for } a \neq -1, 1 & \text{b) } A^{-1} = \frac{1}{6a} \begin{pmatrix} 2a & -2 & 1-a^2 \\ 0 & 6 & -3 \\ 0 & 0 & 3a \end{pmatrix} \text{ for } a \neq 0 \\ \text{c) } A^{-1} = \frac{1}{(1-a)(1+3a)} \begin{pmatrix} 2 & a-1 & 1-3a \\ a-1 & 1-a^2 & a-1 \\ 1-3a & a-1 & 2 \end{pmatrix} \text{ for } a \neq -1/3, 1 \end{array}$$

Oppgave 4.

a) $(x,y,z) = (2/3,0,2/3)$

b) Uendelig mange løsninger for $t = 0$ og $t = 1$, ingen løsninger for $t = -1$, og én løsning for $t \neq -1,0,1$

c) $A^{-1} = \frac{1}{t(t^2-1)} \begin{pmatrix} t^2 & 0 & -t \\ 0 & t^2-1 & 0 \\ -t & 0 & t^2 \end{pmatrix}$ for $t \neq -1,0,1$, løsningene er $(x,y,z) = \left(\frac{t}{t+1}, 0, \frac{t}{t+1}\right)$ for $t \neq -1,0,1$

Oppgave 5.

a) $A^2 + AB + BA + B^2$

b) $A^T A$

c) $3AB+4BA$

d) $A^{-1}BA$

e) BA^2B

f) 0

Oppgave 6.

a) -10

b) 54

c) 40

d) -20