MET1181, 1. forelesning, 20. aug. 2020, Runar Ile

Plan: 1. Intro. til kurset
2. Algebraiske uttrykk
3. Røtter
4. Potenser
5. Prioriteringsregler
6. Absoluttverdi

1. Intro. til kurset

Høst

- Finansmatematikk
- Funksjoner og grafer
- Derivasjon og funksjonsdrøfting

Vår

- Integrasjon
- Lineære likningssystemer
- Funksjoner i to variabler $z = f(x,y)$

2. Algebraiske uttrykk

Variabler: $x,\ y,\ z,\ x_1,\ x_2,\ x_3, \ldots$

$a,\ b,\ c, \ldots, m,\ n$

Multiplisere med tall

skrivemåte

$$3\cdot x = 3x = x+x+x$$

$$3\cdot 2 \neq 32$$

$$\sqrt{3}\cdot x = \sqrt{3}\,x$$

$$2\sqrt{3} = 2\cdot\sqrt{3}$$

$$(-1)\cdot x = -x$$

$$1\cdot x = x$$

$$0\cdot x = 0$$

Addere: $x + x = 2x$

$x + y$ kan ikke gjøres enklere

$x + y + x = 2x + y$

Multiplisere $x \cdot y = xy$

$x \cdot x = x^2$

$xy \cdot x^2 = x \cdot y \cdot x \cdot x = x^3 y$

Dividere: $\underbrace{\frac{x+4y}{z} \, , \, \frac{2xy+\sqrt{5}}{3x+y^2}}$

Rasjonale uttrykk: Brøker med polynomer i teller og nevner

Andre uttrykk: $\frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \, , \, \sqrt{x^2+1}$

– ikke rasjonale

Vi kan sette inn tall for variablene.

<u>Eks</u> $\frac{2y}{x^2+1}$ med $x = 3$ og $y = -1$

gir et tall $\frac{2\cdot(-1)}{3^2+1} = \frac{-2}{10} = -\frac{2\cdot 1}{2\cdot 5} = -\frac{1}{5}$

$= \underline{\underline{-0,20}}$

Hvis $x = 1$, $y = 3$ får vi $\frac{2 \cdot 3}{1^2+1} = \frac{6}{2} = \underline{\underline{3}}$

Uttrykket $\frac{2y}{x^2+1}$ kan ikke forenkles.

<u>Oppg.</u> Vi har det rasjonale uttrykket $\frac{x^2-x-6}{x-3}$

a) Fyll ut tabellen

x	1	5	-2	2	8	3
$\frac{x^2-x-6}{x-3}$	3	7	0	4	10	"$\frac{0}{0}$" ikke definert – ikke et tall!

b) Finn mønsteret.

Svar: Legger to til tallet!

$x + 2 \quad (\text{for } x \neq 3)$

Fordi: $x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$

kan vi forkorte brøken:

$$\frac{x^2-x-6}{x-3} = \frac{\cancel{(x-3)}(x+2)}{\cancel{(x-3)}} \overset{x \neq 3}{=} \frac{(x+2)}{1} = x+2$$

Kvadratsetningen: $(x+r)^2 = x^2 + 2rx + r^2$

<u>Eks</u> $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$

<u>Eks</u> $13^2 = (10+3)^2 = 10^2 + 2 \cdot 3 \cdot 10 + 3^2 = 169$

Konjungatsetningen: $(x-r)(x+r) = x^2 - r^2$

<u>Eks</u> $(x-5)(x+5) = x^2 - 25$

<u>Eks</u> $8 \cdot 12 = (10-2)(10+2) = 10^2 - 2^2 = 96$

3. Røtter

Kvadratroten til 5 er det positive tallet a slik at $a \cdot a = 5$.

(det finnes i kalk: $a = 2{,}2361 \ldots$)

Vi skriver a som $\sqrt{5}$.

NB: Det finnes ikke kvadratrøtter av negative tall!

$\sqrt{0} = 0$

Kan lage uttrykk: $\sqrt{x^2+16}$. Setter inn $x=3$ og får $\sqrt{3^2+16} = \sqrt{25} = 5$

Oppgave (uten kalk!) Beregn

a) $(\sqrt{2}+3)^2 = \sqrt{2}^2 + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} + 3^2 = \underline{\underline{11 + 6\sqrt{2}}}$

b) $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = \sqrt{5}^2 - 1^2 = \underline{\underline{4}}$

Det finnes andre typer røtter:

$\sqrt[3]{5}$ er tallet a slik at $a \cdot a \cdot a = 5$

Fordi $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ så er $\sqrt[5]{32} = 2$

4. Potenser

– gjentatt multiplikasjon

Eks $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \overset{\text{skrivemåte}}{=} 3^4$ „tre i fjerde"

$4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$ „fire i tredje"

eksponent

$4^3 \neq 4 \cdot 3$

grunntall

$4^3 = 64$, $4 \cdot 3 = 12$

$$10^2 \cdot 10^3 = (10 \cdot 10) \cdot (10 \cdot 10 \cdot 10) = 10^5$$

$$= 10^{2+3}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{3^6}{3^4} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 3}{1} = 3^2$$

$$= 3^{6-4} \qquad \left(\text{så } 3^{-4} = \frac{1}{3^4}\right)$$

$$1 = \frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n\cdot m}$$

Eks
$$(3^2)^4 = 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2$$
$$= 3\cdot3 \cdot 3\cdot3 \cdot 3\cdot3 \cdot 3\cdot3 = 3^8$$
$$= 3^{2\cdot4}$$

5. Prioriteringsregler

Oppg a) Beregn $2+3\cdot4 \overset{?}{=} \begin{cases} 14 \\ 20 \end{cases} = (2+3)\cdot4$

b) Beregn $2\cdot2^2 \overset{?}{=} \begin{cases} 16 \\ 8 \end{cases} = (2\cdot2)^2$

c) Beregn $-5^2 \overset{?}{=} \begin{cases} -25 \\ 25 \end{cases}$

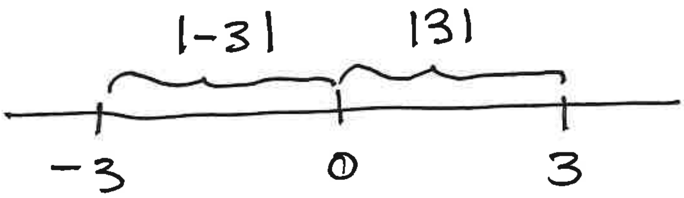
$$-5^2 = (-1)\cdot5^2 = (-1)\cdot25 = -25$$

6. Absoluttverdi

Hvis a er et tall, så er $|a| = \begin{cases} a & \text{hvis } a \geq 0 \\ -a & \text{hvis } a < 0 \end{cases}$

Eks: $|3| = 3$ og $|-3| = -(-3) = 3$

$|a|$ er avstanden mellom 0 og a.



Oppg Forenkl uttrykket $\sqrt{x^2}$.

Løsn $\sqrt{x^2}$ er det pos. tallet som multiplisert med seg selv blir x^2

Hvis $x \geq 0$, så er $\sqrt{x^2} = x$

Hvis $x < 0$, så er $\sqrt{x^2} = -x$

Konklusjon: $\sqrt{x^2} = |x|$.

Eks: $\sqrt{(x-5)^2} = |x-5|$

Eks: $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3 = |-3|$