

MET1180 Matematikk for siviløkonomer

Høst 2018

Oppgaver

Ukesoppgavene kan tas fra læreboken [L]. Oppgaveboken [O] inneholder løsningsforslag til alle oppgavene og noen flere oppgaver. Videre gir jeg relevante eksamensoppgaver og lager noen oppgaver med fasit (se under).

[L] Eivind Eriksen. Matematikk for økonomi og finans.

[O] Eivind Eriksen. Matematikk for økonomi og finans. Oppgaver og løsningsforslag.

Forelesning 6

Kap 2.5-8: Polynomdivisjon. Faktorisering. Rasjonale og radikale likninger. Ulikheter.

[L] 2.5.1-2

[L] 2.6.1-5

[L] 2.7.1-2

[L] 2.8.1-2

Midtveiseksamen 2015h oppg 5-8

Midtveiseksamen 2016v oppg 6-7

Midtveiseksamen 2016h oppg 5

Midtveiseksamen 2018v oppg 5

Oppgaver for veiledningstimene torsdag 20/9 kl 14-16 i D1-080

Oppgave 1 Utfør polynomdivisjonen med rest.

(a) $(x^2 + 4x - 21) : (x - 3)$

(b) $(x^2 + 4x - 21) : (x - 4)$

(c) $(x^3 + x^2 - 23x + 42) : (x + 6)$

(d) $(x^3 + x^2 - 23x + 42) : (x + 1)$

(e) $(x^4 + x^2 + 1) : (x^2 - x + 1)$

(f) $(x^2 + 3x - 7) : (x - a)$

Oppgave 2 Faktoriser polynomet i faktorer av minst mulig grad (f. eks. ved å gjette på en løsning og utføre polynomdivisjon).

(a) $x^3 + 6x^2 - x - 30$

(b) $x^3 - 3x^2 + 5x - 15$

(c) $x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24$

Oppgave 3

(a) Løs likningene.

(i) $\frac{5x+1}{x^2+x+1} = -2$ (ii) $\frac{x-1}{x^2+x+1} = 1$ (iii) $\frac{1}{1+\frac{1}{x}} = \frac{1}{x}$ (iv) $\frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)(x-4)} = 2$

(b) Bestem verdiene av a som gjør at likningen $\frac{1}{x+a} = \frac{2}{2x+3}$ har løsninger.

(c) Bestem verdiene av a som gjør at likningen $\frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)(x-4)} = a$ har løsninger.

Oppgave 4

(a) Løs likningene.

(i) $\sqrt{2x+3} = x+2$ (ii) $\sqrt{4x+1} = x-1$ (iii) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-3} = 5$

(iv) $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+4} = 1$

(b) Løs likningene.

(i) $\frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} = 2$ (ii) $\frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} = -1$

(c) Bestem verdiene av a som gjør at likningen $\frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} = a$ har løsninger.

Oppgave 5 Løs ulikhetene.

(a) (i) $2x + 3 \leq 5x + 2$ (ii) $-4x + 1 \geq x - 1$ (iii) $x + 2 < 3 + 5x$

- (b) (i) $(x-5)(x+4) < 0$ (ii) $(2x+5)(7-x) \geq 0$ (iii) $\frac{(x-2)(x+3)}{(x-5)(x+4)} < 0$ (iv) $\frac{-5}{(6-x)(-12-3x)} \geq 0$
 (c) (i) $(x-5)(x+4) < 10$ (ii) $(2x+5)(7-x) \geq 35$ (iii) $\frac{(x-2)(x+3)}{(x-5)(x+4)} < 1$ (iv) $\frac{-5}{(6-x)(-12-3x)} \geq \frac{5}{72}$

Oppgave 6 Bestem a slik at ulikhetene har løsninger.

- (a) $x^2 + 6x \leq a$
 (b) $(x+a)^2 < a$

Fasit

Oppgave 1

- (a) $x+7$
 (b) $x+8+\frac{11}{x+6}$
 (c) x^2-5x+7
 (d) $x^2-23+\frac{65}{x+1}$
 (e) x^2+x+1
 (f) $x+a+3+\frac{a^2+3a-7}{x-a}$

Oppgave 2

- (a) $x+7$
 (b) $x+8+\frac{11}{x+6}$
 (c) x^2-5x+7
 (d) $x^2-23+\frac{65}{x+1}$
 (e) x^2+x+1

Oppgave 3

- (a) (i) $x = -3, x = -\frac{1}{2}$ (ii) ingen løsninger (iii) $x = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$ (iv) $x = 4 \pm \sqrt{3}$
 (b) $a = \frac{3}{2}$
 (c) Alle verdier av a gir løsninger

Oppgave 4

- (a) (i) $x = -1$ (ii) $x = 6$ (iii) $x = 7$
 (iv) $x = 12$
 (b) (i) $x = 2$ (ii) ingen løsninger
 (c) $a \leq -2$ eller $a > 0$

Oppgave 5

Løs ulikhetene for x .

- (a) (i) $x \geq \frac{1}{3}$, alternativt skrivemåte: $x \in [\frac{1}{3}, \infty)$ (ii) $x \leq \frac{2}{5}$, alternativt: $x \in \langle -\infty, \frac{2}{5}]$
 (iii) $x > -\frac{1}{4}$, alternativt: $x \in \langle -\frac{1}{4}, \infty)$
 (b) (i) $-4 < x < 5$, alternativt: $x \in \langle -4, 5)$ (ii) $\frac{5}{2} \leq x \leq 7$, alternativt: $x \in [\frac{5}{2}, 7]$
 (iii) $-4 < x < -3$ eller $2 < x < 5$, alternativt: $x \in \langle -4, -3) \cup \langle 2, 5)$
 (iv) $-4 < x < 6$, alternativt: $x \in \langle -4, 6)$
 (c) (i) $-5 < x < 6$, alternativt: $x \in \langle -5, 6)$ (ii) $0 \leq x \leq \frac{9}{2}$, alternativt: $x \in [0, \frac{9}{2}]$
 (iii) $x < -7$ eller $-4 < x < 5$, alternativt: $x \in \langle -\infty, -7) \cup \langle -4, 5)$
 (iv) $-4 < x \leq 0$ eller $2 \leq x < 6$, alternativt: $x \in \langle -4, 0] \cup [2, 6)$

Oppgave 6

- (a) $a \leq -9$
 (b) $0 < a < 1$

Innleveringsoppgaver

Frivillig. Leveres i kasse utenfor min kontordør (B4-023) innen mandag 24/9 kl 14. Besvarelsen rettes og leveres tilbake på veiledningen torsdag 27/9. Det vil også komme et løsningsforslag til oppgavene.

Oppgave 1 Løs likningene.

(a) (i) $x^4 - 9x^2 - 22 = 0$ (ii) $x - 9\sqrt{x} - 22 = 0$ (iii) $\frac{1}{x^2} - \frac{9}{x} - 22 = 0$

(b) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x-1} = 5$

Oppgave 2 Løs ulikhetene.

(a) $\frac{(x-1)}{(x+3)(x-2)} \leq 0$ (b) $\frac{(x-1)}{(x+3)(x-2)} \leq 1$

Oppgave 3 Skriv fjerdegradspolynomet $x^4 + 7x^3 - 73x^2 - 163x - 84$ som et produkt av førstegradspolynomer.

Oppgave 4

(a) Beregn hvor mye du må sette på konto i dag hvis det skal stå 2 millioner på kontoen om 10 år og renten er 1,8%.

(b) Etter 6 år endres renten til 3,1%. Finn balansen etter 10 år.

(c) Forklar hvorfor svaret i (b) er gitt av uttrykket $2 \text{ mill} \cdot \left(\frac{1,031}{1,018}\right)^4$.

(d) Beregn hvor mye du måtte satt i banken i tilfellet (b) for å få 2 millioner etter 10 år.

(e) Forklar hvorfor svaret i (d) er gitt av uttrykket $\frac{2 \text{ mill}}{1,031^4 \cdot 1,018^6}$.

Oppgave 5 Vi har kontantstrømmen

| År | 0 | 2 | 6 | 7 |
|----------|-----|-----|----|----|
| Betaling | -20 | -20 | 30 | 45 |

Anta renten er 10%.

(a) Beregn fremtidsverdien etter 7 år.

(b) Beregn nåverdien.

(c) Vi antar at den årlige renten er r , og at fremtidsverdien til kontantstrømmen etter n år er K_n . Spesielt er da K_0 nåverdien til kontantstrømmen. Forklar hvorfor

$$K_7 = K_0 \cdot (1 + r)^7$$

og sjekk at dette stemmer i (a-b).

(d) Forklar hvorfor fortegnet til K_0 er det samme som fortegnet til K_7 og hvilken betydning dette har for vurderingen av kontantstrømmen som en investeringskontrakt.

Oppgave 6 Kåre vurderer et boliglån med 25 årlige terminer. Han regner med at han kan betale 180 000 pr år. Første termin er om 5 år.

(a) Anta renten er 6,0% og at det er årlig forrentning. Finn den geometriske rekken som gir nåverdien av betalingsstrømmen og bruk denne til å beregne hvor mye Kåre kan låne.

(b) Anta renten er 6,0% og at det er kontinuerlig forrentning. Finn den geometriske rekken som gir nåverdien av betalingsstrømmen og bruk denne til å beregne hvor mye Kåre kan låne.

(c) Vurder svarene i (a) og (b) mot hverandre.