

## Veiledningsoppgaver

### Oppgave 1.

Vi ser på matrisene

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$$

Regn ut følgende uttrykk, dersom det er mulig:

- |            |              |            |         |          |            |
|------------|--------------|------------|---------|----------|------------|
| a) $A + B$ | b) $2A - 3B$ | c) $A - C$ | d) $AB$ | e) $BC$  | f) $ABC$   |
| g) $AC$    | h) $A^2$     | i) $BA$    | j) $CB$ | k) $C^2$ | l) $C^T A$ |

### Oppgave 2.

Finn  $A^{-1}$ , dersom det er mulig:

- |  |  |  |
|--|--|--|
| a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$                      | b) $A = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$                     | c) $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$                      |
| d) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ | e) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ | f) $A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & -2 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ |

### Oppgave 3.

Bestem de verdiene av  $a$  som er slik at den inverse matrisen til  $A$  eksisterer, og regn ut  $A^{-1}$  i disse tilfellene:

- |   |  |  |
|---|--|--|
| a) $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}$ | b) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & a \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ | c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 3 & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$ |
|---|--|--|

### Oppgave 4.

Vi ser på det lineære systemet  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  med

$$A = \begin{pmatrix} t & 0 & 1 \\ 0 & t & 0 \\ 1 & 0 & t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ t \end{pmatrix}$$

- Løs systemet når  $t = 2$ .
- Avgjør hvor mange løsninger systemet har for ulike verdier av  $t$ .
- Finn den inverse matrisen  $A^{-1}$  når den eksisterer, og bruk dette til å løse systemet i disse tilfellene.

### Oppgave 5.

Skriv uttrykkene enklest mulig:

- a)  $(A + B)^2$                       b)  $(A^T A)^T$                       c)  $A(3B - C) + (A - 2B)C + 2B(C + 2A)$   
d)  $A^{-1}(BA)$                       e)  $(BAB^{-1})^2 \cdot B^2$                       f)  $(A - B)(C - A) + (C - B)(A - C) + (C - A)^2$

### Oppgave 6.

Anta at  $A$  og  $B$  er  $3 \times 3$ -matriser med  $|A| = 2$  og  $|B| = -5$ . Regn ut:

- a)  $\det(AB)$                       b)  $\det(3A)$                       c)  $\det(-2B^T)$                       d)  $\det(2A^{-1}B)$

### Oppgave 7.

Oppgaver fra læreboken: 6.5.1, 6.5.4 - 6.5.6, 6.6.1 - 6.6.6

Oppgaver fra oppgaveboken: 9.23, 9.25

## Svar på veiledningsoppgaver

### Oppgave 1.

- a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$                       b)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 1 & 2 & 11 \\ -5 & -4 & -10 \end{pmatrix}$                       c) ikke definert                      d)  $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 5 & 10 & 19 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$   
e)  $\begin{pmatrix} 15 & 0 \\ -4 & 3 \\ 33 & 4 \end{pmatrix}$                       f)  $\begin{pmatrix} 44 & 7 \\ 158 & 19 \\ 14 & 7 \end{pmatrix}$                       g)  $\begin{pmatrix} 11 & 3 \\ 35 & 10 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$                       h)  $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 0 & 7 & 10 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$   
i)  $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 7 & 13 \end{pmatrix}$                       j) ikke definert                      k) ikke definert                      l)  $\begin{pmatrix} -2 & 11 & 14 \\ -1 & 3 & -3 \end{pmatrix}$

### Oppgave 2.

- a)  $A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$                       b)  $A^{-1} = \frac{1}{18} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$                       c)  $A^{-1}$  ikke definert  
d)  $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$                       e)  $A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$                       f)  $A^{-1}$  ikke definert

### Oppgave 3.

- a)  $A^{-1} = \frac{1}{1-a^2} \begin{pmatrix} 1 & -a \\ -a & 1 \end{pmatrix}$  for  $a \neq -1, 1$                       b)  $A^{-1} = \frac{1}{6a} \begin{pmatrix} 2a & -2 & 1-a^2 \\ 0 & 6 & -3 \\ 0 & 0 & 3a \end{pmatrix}$  for  $a \neq 0$   
c)  $A^{-1} = \frac{1}{(1-a)(1+3a)} \begin{pmatrix} 2 & a-1 & 1-3a \\ a-1 & 1-a^2 & a-1 \\ 1-3a & a-1 & 2 \end{pmatrix}$  for  $a \neq -1/3, 1$

**Oppgave 4.**

a)  $(x,y,z) = (2/3,0,2/3)$

b) Uendelig mange løsninger for  $t = 0$  og  $t = 1$ , ingen løsninger for  $t = -1$ , og én løsning for  $t \neq -1,0,1$ 

c)  $A^{-1} = \frac{1}{t(t^2-1)} \begin{pmatrix} t^2 & 0 & -t \\ 0 & t^2-1 & 0 \\ -t & 0 & t^2 \end{pmatrix}$  for  $t \neq -1,0,1$ , løsningene er  $(x,y,z) = \left(\frac{t}{t+1}, 0, \frac{t}{t+1}\right)$  for  $t \neq -1,0,1$

**Oppgave 5.**

a)  $A^2 + AB + BA + B^2$

b)  $A^T A$

c)  $3AB+4BA$

d)  $A^{-1}BA$

e)  $BA^2B$

f) 0

**Oppgave 6.**

a) -10

b) 54

c) 40

d) -20

**Oppgave 7.**

Fullstendig løsning finnes i oppgaveboken [O].