

Veiledningsoppgaver**Oppgave 1.**

Løs de ubestemte integralene:

a) $\int \ln(x) \, dx$

b) $\int \ln(x+1) \, dx$

c) $\int \log_3(x) \, dx$

Oppgave 2.

Regn ut de ubestemte integralene:

a) $\int x \ln(x) \, dx$

b) $\int x^2 \ln(x) \, dx$

c) $\int \sqrt{x} \ln(x) \, dx$

d) $\int x\sqrt{x} \ln(x) \, dx$

e) $\int \frac{\ln(x)}{x^2} \, dx$

f) $\int \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} \, dx$

g) $\int \frac{\ln(x)}{x\sqrt{x}} \, dx$

h) $\int \frac{\ln(x)}{x} \, dx$

Oppgave 3.

Regn ut de ubestemte integralene:

a) $\int xe^x \, dx$

b) $\int xe^{-x} \, dx$

c) $\int (x+1)e^x \, dx$

d) $\int x^2e^x \, dx$

Oppgave 4.

Regn ut disse ubestemte integralene:

a) $\int \frac{4}{4-x} \, dx$

b) $\int \frac{4}{4-x^2} \, dx$

c) $\int \frac{4x}{4-x^2} \, dx$

d) $\int \frac{x^2}{4-x^2} \, dx$

Oppgave 5.

Regn ut disse ubestemte integralene:

a) $\int \frac{1}{1-x^2} \, dx$

b) $\int \frac{2x}{1-x^2} \, dx$

c) $\int \frac{x^2}{1-x^2} \, dx$

d) $\int \frac{x^2 - 2x + 1}{1-x^2} \, dx$

e) $\int \frac{1}{(1-x)^2} \, dx$

f) $\int \frac{2x}{(1-x)^2} \, dx$

g) $\int \frac{x^2}{(1-x)^2} \, dx$

h) $\int \frac{x^2 - 2x + 1}{(1-x)^2} \, dx$

Oppgave 6.

Regn ut disse ubestemte integralene:

a) $\int xe^{1-x^2} \, dx$

b) $\int x \ln(1-x) \, dx$

c) $\int \frac{x^3 + x^2 - 2x - 6}{x^2 - 1} \, dx$

Oppgave 7.

Regn ut det ubestemte integralet

$$\int 2x^3 e^{-x^2} dx$$

Oppgave 8.

Regn ut det ubestemte integralet

$$\int \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx$$

Oppgave 9.

Regn ut det ubestemte integralet

$$\int \frac{\sqrt{x} + 1}{1 - \sqrt{x}} dx$$

Oppgave 10.Vi betrakter funksjonen gitt ved $f(x) = 0,60 \ln(1 + x) + 0,40 \ln(1 - x)$, definert for $0 \leq x < 1$.

- (6p) Finn maksimumspunktet $x = x^*$ og maksimumsverdien $y = f(x^*)$ til f .
- (6p) Avgjør om f er konveks eller konkav.
- (6p) Vis at $f(x) < 0$ når $x > 2x^*$.
- (6p) Skisser grafen til f .

Oppgave 11.

Oppgaver fra læreboken: 5.4.1 - 5.4.5, 5.5.1 - 5.5.6

Svar på veiledningsoppgaver**Oppgave 1.**

- a) $x \ln x - x + \mathcal{C}$ b) $(x + 1) \ln(x + 1) - (x + 1) + \mathcal{C}$ c) $(x \ln x - x) / \ln(3) + \mathcal{C}$

Oppgave 2.

- a) $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + \mathcal{C}$ b) $\frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{9}x^3 + \mathcal{C}$ c) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} \ln x - \frac{4}{9}x\sqrt{x} + \mathcal{C}$
d) $\frac{2}{5}x^2 \sqrt{x} \ln x - \frac{4}{25}x^2 \sqrt{x} + \mathcal{C}$ e) $-\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} + \mathcal{C}$ f) $2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + \mathcal{C}$
g) $-\frac{2}{\sqrt{x}} \ln x - \frac{4}{\sqrt{x}} + \mathcal{C}$ h) $\frac{1}{2}(\ln x)^2 + \mathcal{C}$

Oppgave 3.

- a) $xe^x - e^x + \mathcal{C}$ b) $-xe^{-x} - e^{-x} + \mathcal{C}$ c) $(x + 1)e^x - e^x + \mathcal{C}$ d) $x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + \mathcal{C}$

Oppgave 4.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & -4 \ln |4 - x| + \mathcal{C} & \text{b)} \quad & \ln |2 + x| - \ln |2 - x| + \mathcal{C} = \ln \left| \frac{2 + x}{2 - x} \right| + \mathcal{C} \\ \text{c)} \quad & -2 \ln |2 - x| - 2 \ln |2 + x| + \mathcal{C} = -2 \ln |4 - x^2| + \mathcal{C} & \text{d)} \quad & -x + \ln |2 + x| - \ln |2 - x| + \mathcal{C} = -x + \ln \left| \frac{2 + x}{2 - x} \right| + \mathcal{C} \end{aligned}$$

Oppgave 5.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + x}{1 - x} \right| + \mathcal{C} & \text{b)} \quad & -\ln |1 - x^2| + \mathcal{C} & \text{c)} \quad & -x + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + x}{1 - x} \right| + \mathcal{C} \\ \text{d)} \quad & -x + \ln \left| \frac{1 + x}{1 - x} \right| + \ln |1 - x^2| + \mathcal{C} = -x + 2 \ln |1 + x| + \mathcal{C} & \text{e)} \quad & \frac{1}{1 - x} + \mathcal{C} \\ \text{f)} \quad & -2 \ln |1 - x| + \frac{2}{1 - x} + \mathcal{C} & \text{g)} \quad & x - 2 \ln |1 - x| + \frac{1}{1 - x} + \mathcal{C} & \text{h)} \quad & x + \mathcal{C} \end{aligned}$$

Oppgave 6.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & -\frac{1}{2} e^{1-x^2} + \mathcal{C} & \text{b)} \quad & \frac{1}{2} x^2 \ln(1 - x) - \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{2} \ln(1 - x) + \mathcal{C} \\ \text{c)} \quad & \frac{1}{2} x^2 + x - 3 \ln |x - 1| + 2 \ln |x + 1| + \mathcal{C} = x^2 + x + \ln \left| \frac{(x + 1)^2}{(x - 1)^3} \right| + \mathcal{C} \end{aligned}$$

Oppgave 7.

$$-x^2 e^{-x^2} - e^{-x^2} + \mathcal{C}$$

Oppgave 8.

$$2x e^{\sqrt{x}} - 4\sqrt{x} e^{\sqrt{x}} + 4e^{\sqrt{x}} + \mathcal{C}$$

Oppgave 9.

$$5 - 4\sqrt{x} - x - 4 \ln |1 - \sqrt{x}| + \mathcal{C}$$

Oppgave 10.

- $x^* = 0,20$ og $f(x^*) = 0,60 \ln(1,20) + 0,40 \ln(0,80) \approx 0,0201$
- f er konkav
- Det følger fra at f er avtagende for $x > x^* = 0,20$ og at $f(2x^*) = 0,60 \ln(1,40) + 0,40 \ln(0,60) \approx -0,0024 < 0$

Oppgave 11.

Fullstendig løsning av oppgaver fra læreboken [E] finnes i oppgaveboken [O].