

MET1180 Matematikk for siviløkonomer
Høst 2018
Oppgaver

Forelesning 10

Kap 3.11-13: Mer om omvendte funksjoner. Eksponentialfunksjoner. Logaritmer.

[L] 3.11.1-3

[L] 3.12.1-5

[L] 3.12.1-3

Midtveiseksamen 2015h oppg 14

Midtveiseksamen 2016v oppg 11

Midtveiseksamen 2016h oppg 7

Midtveiseksamen 2017v oppg 13

Oppgaver for veiledningstimene
torsdag 4/10 kl 14-16 i D1-080

Oppgave 1 Anta $g(x)$ er den omvendte funksjonen til $f(x)$. Bestem:

(a) $g(10)$ hvis $f(3) = 10$ (b) $f(g(5))$ (c) $f(\sqrt{2})$ hvis $g(3) = \sqrt{2}$ (d) $g(f(9))$

Oppgave 2 Finn den omvendte funksjonen $g(x)$ og definisjonsmengden D_g til funksjonen $f(x)$ med definisjonsmengde D_f .

(a) $f(x) = x^2 + 6x$ med $D_f = \langle -\infty, -3 \rangle$ (b) $f(x) = 20 + \frac{1}{x-3}$ med $D_f = \langle 3, \infty \rangle$

(c) $f(x) = (x-1)^3 + 50$ med $D_f = [1, \infty)$

(d)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{10}{x} & \text{hvis } 0 < x \leq 10 \\ 2 - \frac{x}{10} & \text{hvis } 10 < x \leq 20 \end{cases}$$

Oppgave 3 (Midtveiseksamen 2018v, oppg 13)

Vi betrakter funksjonen gitt ved $f(x) = x^2 - 4x + 3$, $D_f = [2, \infty)$. Hvilket utsagn er sant?

(a) Funksjonen f har ingen omvendt funksjon.

(b) Funksjonen f har en omvendt funksjon, og $f^{-1}(0) = 1$.

(c) Funksjonen f har en omvendt funksjon, og $f^{-1}(0) = 3$.

(d) Funksjonen f har en omvendt funksjon, men $f^{-1}(0)$ eksisterer ikke.

(e) Jeg velger å ikke besvare denne oppgaven.

Oppgave 4 Vi har (tilnærmet) $\ln 2 = 0,6931$ og $\ln 3 = 1,0986$ og $\ln 5 = 1,6094$. Bruk disse tallene til å finne verdiene (tilnærmet) uten å bruke ln-tasten på kalkulatoren.

(a) $\ln 250$ (b) $\ln 625$ (c) $\ln \frac{625}{216}$ (d) $\ln \frac{1000000}{27}$ (e) $\ln 130 - \ln 78$ (f) $\ln \sqrt[10]{6}$

Oppgave 5 Løs likningene.

(a) $e^{2x+1} = 5$ (b) $\ln(x-3) = -2$ (c) $e^{2x} - 4e^x - 5 = 0$ (d) $\frac{20 \ln \sqrt{x}}{1 - \ln x} = 10$

Oppgave 6 Finn eksakte og tilnærmede verdier i følgende oppgaver. Vi antar kontinuerlig forrentning.

(a) Du vil sette inn 90 000 på en konto. Finn den nominelle renten som gir saldo på 180 000 etter 10 år.

(b) Bestem den nominelle renten slik at nåverdien til 7 millioner om 5 år er 4 millioner.

(c) Du setter inn 600 000 på en konto med 4,3% nominell rente. Bestem hvor lenge pengene må stå før saldoen er 1 million.

(d) Du vurderer å investere 50 millioner i et prosjekt som lover en engangutbetaling på 80 millioner. Anta internrenten til denne betalingsstrømmen skal være 12%. Bestem når utbetalingen bør finne sted.

Oppgave 7 Løs ulikhetene.

(a) $e^{2x+1} \geq 5$ (b) $\ln(x-3) < -2$ (c) $\frac{3e^x}{e^x+1} < 5$ (d) $\ln \frac{3x-2}{x-7} \geq 0$

Oppgave 8 Finn asymptotene til funksjonene.

(a) $f(x) = e^{x(10-x)} + 50$ (b) $f(x) = (100x^3 + 70x + 1000)e^{-\frac{x}{100}}$ (c) $f(x) = \frac{100e^{0,04x}}{e^{0,04x} + 50}$
(d) $f(x) = \ln(x^2 - 400)$ (e) $f(x) = \ln(120x + 10) - \ln(20x - 30)$, $D_f = \langle \frac{3}{2}, \infty \rangle$

Oppgave 9 Finn den omvendte funksjonen $g(x)$ og definisjonsmengden D_g til funksjonen $f(x)$ med definisjonsmengde D_f .

(a) $f(x) = e^{\frac{x}{3}} - 1$ med $D_f = [0, \infty)$ (b) $f(x) = 4 \ln(x - 10)$ med $D_f = [11, \infty)$
(c) $f(x) = e^{\frac{2}{x+10}}$ med $D_f = [0, \infty)$ (d) $f(x) = \ln(x^2 - 6x + 7)$ med $D_f = [0, 1)$

Oppgave 10 (Midtveiseksamen 2016h, oppg 13)Vi betrakter funksjonen gitt ved $f(x) = \ln(x^2 - 5x + 7)$, $D_f = [2, 3]$. Hvilket utsagn er sant?

- (a) Funksjonen f har ingen omvendt funksjon.
- (b) Funksjonen f er voksende.
- (c) Funksjonen f er avtagende.
- (d) Funksjonen f har en omvendt funksjon.
- (e) Jeg velger å ikke besvare denne oppgaven.

Oppgave 11 (Midtveiseksamen 2017v, oppg 7)Vi betrakter likningen $\ln(x) = \sqrt{2 \ln(x)} + 4$. Hvilket utsagn er sant?

- (a) Likningen har ingen løsninger.
- (b) Likningen har én løsning.
- (c) Likningen har to positive løsninger x_1, x_2 med $x_1 x_2 > 100$.
- (d) Likningen har to positive løsninger x_1, x_2 med $x_1 x_2 < 100$.
- (e) Jeg velger å ikke besvare denne oppgaven.

Fasit

Oppgave 1

- (a) 3 (b) 5 (c) 3 (d) 9

Oppgave 2

- (a) $g(x) = -3 - \sqrt{x+9}$, $D_g = V_f = [-9, \infty)$ (b) $g(x) = 3 + \frac{1}{x-20}$, $D_g = \langle 20, \infty \rangle$
 (c) $g(x) = \sqrt[3]{x-50} + 1$, $D_g = [50, \infty)$
 (d)

$$g(x) = \begin{cases} \frac{10}{x} & \text{hvis } x \geq 1 \\ 20 - 10x & \text{hvis } 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

Oppgave 3

c

Oppgave 4

- (a) $\ln 250 = \ln 2 + 3 \ln 5 = 0,6931 + 2 \cdot 1,6094 = 3,9119$ (b) $\ln 625 = 4 \ln 5 = 4 \cdot 1,6094 = 6,4376$
 (c) $\ln \frac{625}{216} = 4 \ln 5 - 3(\ln 3 + \ln 2) = 4 \cdot 1,6094 - 3(1,0986 + 0,6931) = 1,0625$
 (d) $\ln \frac{1000000}{27} = 6(\ln 5 + \ln 2) - 3 \ln 3 = 6 \cdot (1,6094 + 0,6931) - 3 \cdot 1,0986 = 10,5192$
 (e) $\ln 130 - \ln 78 = \ln 5 + \ln 26 - \ln 3 - \ln 26 = 1,6094 - 1,0986 = 0,5108$
 (f) $\ln 6^{\frac{1}{10}} = \frac{1}{10} \cdot \ln 6 = \frac{1,0986 + 0,6931}{10} = 0,1792$

Oppgave 5

- (a) $x = \frac{1}{2}(\ln 5) - 1$ (b) $x = 3 + e^{-2}$ (c) $x = \ln 5$ (d) $x = e^{0,5}$

Oppgave 6

- (a) $r = \frac{\ln 2}{10} = 6,93\%$
 (b) $r = \frac{\ln 7 - \ln 4}{5} = 11,20\%$
 (c) Pengene må stå i $\frac{\ln 10 - \ln 6}{0,043} = 11,88$ år.
 (d) Utbetaling bør skje $\frac{\ln 8 - \ln 5}{0,12} = 3,92$ år etter investeringen.

Oppgave 7

- (a) Fordi $\ln x$ er en strengt voksende funksjon for $x > 0$ kan vi sette inn vs og hs i $\ln x$ og beholde ulikheten. Det gir $x \geq \frac{1}{2}(\ln 5 - 1)$.
 (b) Fordi e^x er en strengt voksende funksjon kan vi sette inn vs og hs i e^x og beholde ulikheten. Det gir $x < 3 + e^{-2}$.
 (c) Alle x
 (d) Legg merke til at ulikheten bare er definert for $x < \frac{3}{2}$ og for $x > 7$. Vi setter inn vs og hs i e^x og beholder ulikheten. Dette gir $\frac{3x-2}{x-7} \geq 1$ som vi så løser: $x \leq -\frac{5}{2}$ eller $x > 7$ (og dette er innenfor definisjonsområdet for ulikheten). Alternativ skrivemåte: $x \in \langle -\infty, -\frac{5}{2} \rangle \cup \langle 7, \infty \rangle$.

Oppgave 8

- (a) horisontal asymptote: $y = 50$ (b) horisontal asymptote: $y = 0$
 (c) horisontale asymptoter: $y = 100$ ($x \rightarrow \infty$) og $y = 0$ ($x \rightarrow -\infty$)
 (d) vertikale asymptoter: $x = \pm 20$
 (e) vertikal asymptote: $x = \frac{3}{2}$, horisontal asymptote: $y = \ln 6$

Oppgave 9

- (a) $g(x) = 3 \ln(x+1)$, $D_g = V_f = [0, \infty)$ (b) $g(x) = e^{\frac{x}{4}} + 10$, $D_g = [0, \infty)$
 (c) $g(x) = \frac{2}{\ln x} - 10$, $D_g = \langle 1, \sqrt[5]{e} \rangle$ (d) $g(x) = 3 - \sqrt{e^x + 2}$, $D_g = \langle \ln 2, \ln 7 \rangle$

Oppgave 10

a

Oppgave 11

b