

## Veiledningsoppgaver

## Oppgave 1.

|         | $Y = 1$        | $Y = 2$        |
|---------|----------------|----------------|
| $X = 1$ | $p(1,1) = 0.4$ | $p(1,2) = 0.3$ |
| $X = 2$ | $p(2,1) = 0.2$ | $p(2,2) = 0.1$ |

To stokastiske variabler  $X$  og  $Y$  er simultant fordelt med mulige verdier  $X(S) = Y(S) = \{1,2\}$ , og sannsynlighetsfordelingen er gitt ved tabellen ovenfor. Finn de marginale fordelingene til  $X$  og  $Y$ , og regn ut:

- a)  $E(X)$                       b)  $\text{Var}(X)$                       c)  $E(Y)$                       d)  $\text{Var}(Y)$   
e)  $E(XY)$                       f)  $E(X)E(Y)$                       g)  $\text{Cov}(X,Y)$                       h)  $\rho(X,Y)$

## Oppgave 2.

Vi kaster to terninger, og lar  $X$  være det største og  $Y$  det minste av de to terningkastene. Lag en tabell som viser den simultane fordelingsfunksjonen  $p(x,y)$  og de marginale fordelingsfunksjonene, og regn ut:

- a)  $E(X)$                       b)  $\text{Var}(X)$                       c)  $E(Y)$                       d)  $\text{Var}(Y)$   
e)  $E(XY)$                       f)  $E(X)E(Y)$                       g)  $p(X = 4|Y = 1)$                       h)  $\text{Cov}(X,Y)$

## Oppgave 3.

|         | $Y = 1$        | $Y = 2$        | $Y = 3$        |
|---------|----------------|----------------|----------------|
| $X = 1$ | $p(1,1) = 0.1$ | $p(1,2) = a$   | $p(1,3) = 0.2$ |
| $X = 2$ | $p(2,1) = b$   | $p(2,2) = 0.1$ | $p(2,3) = 0.3$ |

To stokastiske variabler  $X$  og  $Y$  er simultant fordelt med mulige verdier  $X(S) = \{1,2\}$  og  $Y(S) = \{1,2,3\}$ , og sannsynlighetsfordelingen er gitt ved tabellen ovenfor. Forklar at  $b = 0.3 - a$ . Finn de marginale fordelingene til  $X$  og  $Y$ , og regn ut:

- a)  $E(X)$                       b)  $\text{Var}(X)$                       c)  $E(Y)$                       d)  $\text{Var}(Y)$   
e)  $E(XY)$                       f)  $E(X)E(Y)$                       g)  $p(Y = 2|X = 1)$                       h)  $\text{Cov}(X,Y)$

## Oppgave 4.

Vi ser på de stokastiske variablene i Oppgave 3. Vis at det fins kun en verdi av  $a$  slik at  $\text{Cov}(X,Y) = 0$ , og finn denne verdien. Undersøk så om  $X$  og  $Y$  er uavhengige for denne verdien av  $a$ .

### Oppgave 5.

La  $R_1$  og  $R_2$  være avkastningen til to verdipapirer, der avkastningen er regnet som andel av investert beløp (for eksempel svarer  $R_1 = 0.30$  til at prisen på det første papiret øker med 30%). Vi antar at forventet avkastning er  $\mu(R_1) = 1$  og  $\mu(R_2) = 0.80$ , at standardavvikene er  $\sigma(R_1) = 0.10$  og  $\sigma(R_2) = 0.12$ , og at korrelasjonen mellom avkastningene er  $\rho(R_1, R_2) = -0.80$ .

- Hvis du var begrenset til å investere i kun ett av papirene, hvilket ville du velge? Hvorfor?
- Anta at du investerer 50% i hvert av papirene. Hva er forventet avkastning, og hva er standardavviket?
- Anta at du investerer 80% i det første og 20% i det andre papiret. Hva er forventet avkastning, og hva er standardavviket?
- La  $a$  være andelen du investerer i det første papiret, og  $(1 - a)$  andelen i det andre papiret. Uttrykk forventet avkastning og standardavvik ved  $a$  for alle mulige verdier av  $a$  med  $0 \leq a \leq 1$ .

### Oppgave 6.

Bestem  $E(aX + bY)$  og  $\text{Var}(aX + bY)$  når  $X$  og  $Y$  er simultant fordelte stokastiske variabler og  $a, b$  er konstanter. Hva kan du si om disse uttrykkene dersom  $X$  og  $Y$  er uavhengige?

### Oppgave 7.

Anta at  $X_1, X_2, X_3, X_4$  er uavhengige stokastiske variabler med  $E(X_i) = \mu$  og  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$  for alle  $i$ . Finn  $E(X)$  og standardavviket  $\sigma_X$  til  $X$  når

- a)  $X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$       b)  $X = \frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)$       c)  $X = \frac{1}{8}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{8}X_3 + \frac{1}{2}X_4$

### Oppgave 8.

Oppgaver fra læreboken [L]: 4.19, 4.21, 4.22, 4.25, 4.27

## Svar på veiledningsoppgaver

### Oppgave 1.

- a) 1.3      b) 0.21      c) 1.4      d) 0.24      e) 1.8      f) 1.82      g) -0.02      h)  $\approx -0.089$

### Oppgave 2.

- a)  $\approx 4.47$       b)  $\approx 1.97$       c)  $\approx 2.53$       d)  $\approx 1.97$       e) 12.25      f)  $\approx 11.30$       g) 2/11      h)  $\approx 0.95$

### Oppgave 3.

- a)  $1.7 - a$       b)  $0.21 + 0.4a - a^2$       c)  $2.1 + a$       d)  $0.89 - 1.2a - a^2$   
e) 3.5      f)  $3.57 - 0.4a - a^2$       g)  $a/(a + 0.3)$       h)  $a^2 + 0.4a - 0.07$

### Oppgave 4.

$a = \sqrt{0.11} - 0.2 \approx 0.13$ ;  $X$  og  $Y$  er ikke uavhengige

### Oppgave 5.

- a) Det første (størst forventet avkastning og minst svingninger)      b)  $E(R) = 0.90, \sigma_R \approx 0.036$   
c)  $E(R) = 0.96, \sigma_R \approx 0.062$       d)  $E(R) = 0.8 + 0.2a, \sigma_R = \sqrt{0.0436a^2 - 0.048a + 0.0144}$

### Oppgave 7.

- a)  $E(X) = 4\mu, \sigma_X = 2\sigma$       b)  $E(X) = \mu, \sigma_X = \sigma/2$       c)  $E(X) = \mu, \sigma_X = \sqrt{22}\sigma/8$