MET 1183, forelesning 5, 1. sept. 2026, Runar Ile

Plan
1. Repetisjon
2. Ulikheter
3. Sirkler og ellipser

1. Repetisjon

Eks Du setter 2 mill. inn på konto i dag med årlig (nominell) rente på 12 % med kontinuerlig forrentning. Bestem balansen etter 1 år og 7 måneder.

Løsning Vekstfaktor for ett år: $e^{0,12}$

Vekstfaktor for 1 måned: $(e^{0,12})^{\frac{1}{12}} = e^{\frac{0,12}{12}} = e^{0,01}$

Vekstfaktor for 1 år og 7 måneder:

$$\underbrace{e^{0,12}}_{\text{et år}} \cdot \underbrace{(e^{0,01})^7}_{\text{7 mnd}}$$

$= e^{0,12} \cdot e^{0,07} = e^{0,12+0,07}$

$= e^{0,19}$ Dvs balansen etter 1 år og 7 mnd er $2 \text{ mill} \cdot e^{0,19} = \underline{\underline{2,42 \text{ mill}}}$

2. Ulikheter

- En ulikhet er en påstand om at ett uttrykk (tall) er mindre enn (større enn, ...) et annet uttrykk (tall).
- Løsningene på ulikheten er de x-verdiene som gjør påstanden sann.

Eks $x - 1 \geq 2$ – en påstand!

– er sann hvis $x = 5$ fordi $5 - 1 = 4 \geq 2$ er sant

– er usann hvis $x = 2$ fordi $2 - 1 = 1 \geq 2$ er usant

Alle løsningene: $\underline{\underline{x \geq 3}}$ – uendelig mange løsninger

– kan også skrive $\underline{\underline{x \in [3, \infty\rangle}}$

— " — $\underline{\underline{x \in [3, \rightarrow\rangle}}$

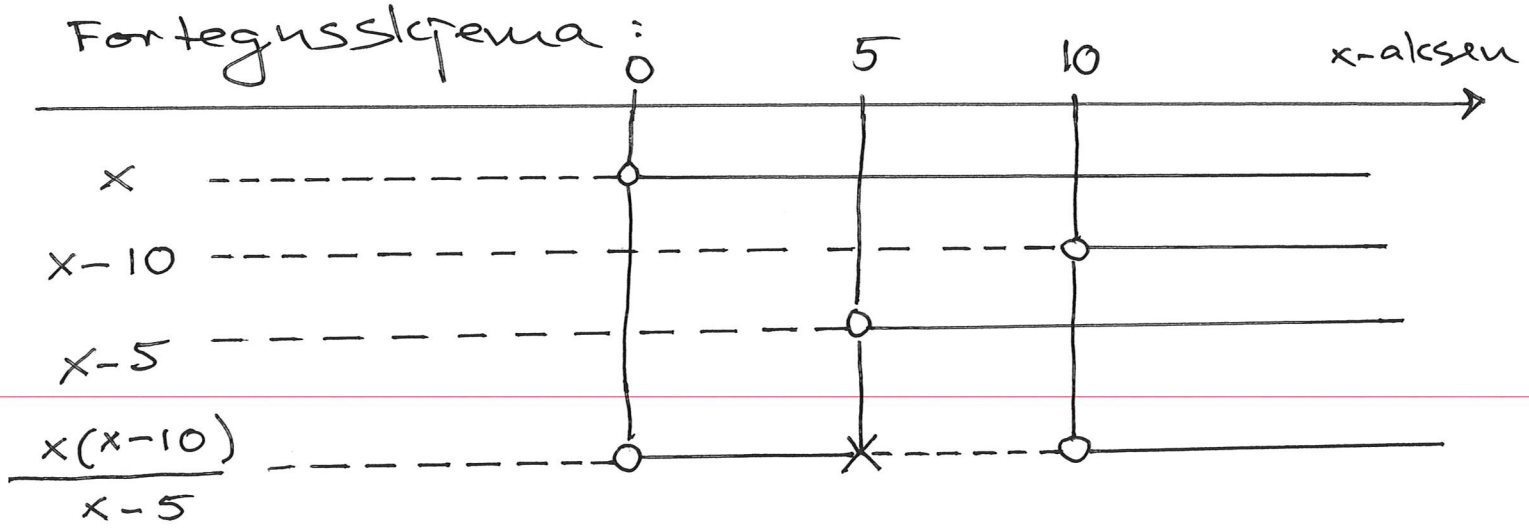
Eks Løs ulikheten $\dfrac{x(x-10)}{(x-5)} \geq 0$

Løsning Fordi vi har 0 på HS og en ferdig faktorisert brøk på VS, kan vi bruke fortegnsskjema

Merk: Nullpunktene i teller: $x = 0$, $x = 10$

— " — — " — nevner: $x = 5$

Fortegnsskjema:



dvs (løsningen) $\underline{\underline{0 \leq x < 5 \text{ eller } x \geq 10}}$

alternativ skrivemåte $\underline{\underline{x \in [0, 5\rangle \text{ el. } x \in [10, \rightarrow\rangle}}$

Eks (Fagprøve 2020 h)

Løs ulikheten $\frac{2x-12}{(x-3)(x+4)} \geq 1$

Løsning Vi har ikke 0 på HS og derfor ikke bruke fortegnsskjema direkte.

Trekker fra 1 på BS og lager fellesnevner

$$\frac{2x-12}{(x-3)(x+4)} - 1 \cdot \underbrace{\frac{(x-3)(x+4)}{(x-3)(x+4)}}_{=1} \geq 0$$

Skriver VS som én brøk:

$$\frac{2x-12-(x-3)(x+4)}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

Løser opp og trekker sammen i teller (ikke i nevner!)

$$\frac{2x-12-(x^2+x-12)}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

$$\frac{-x^2+x}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

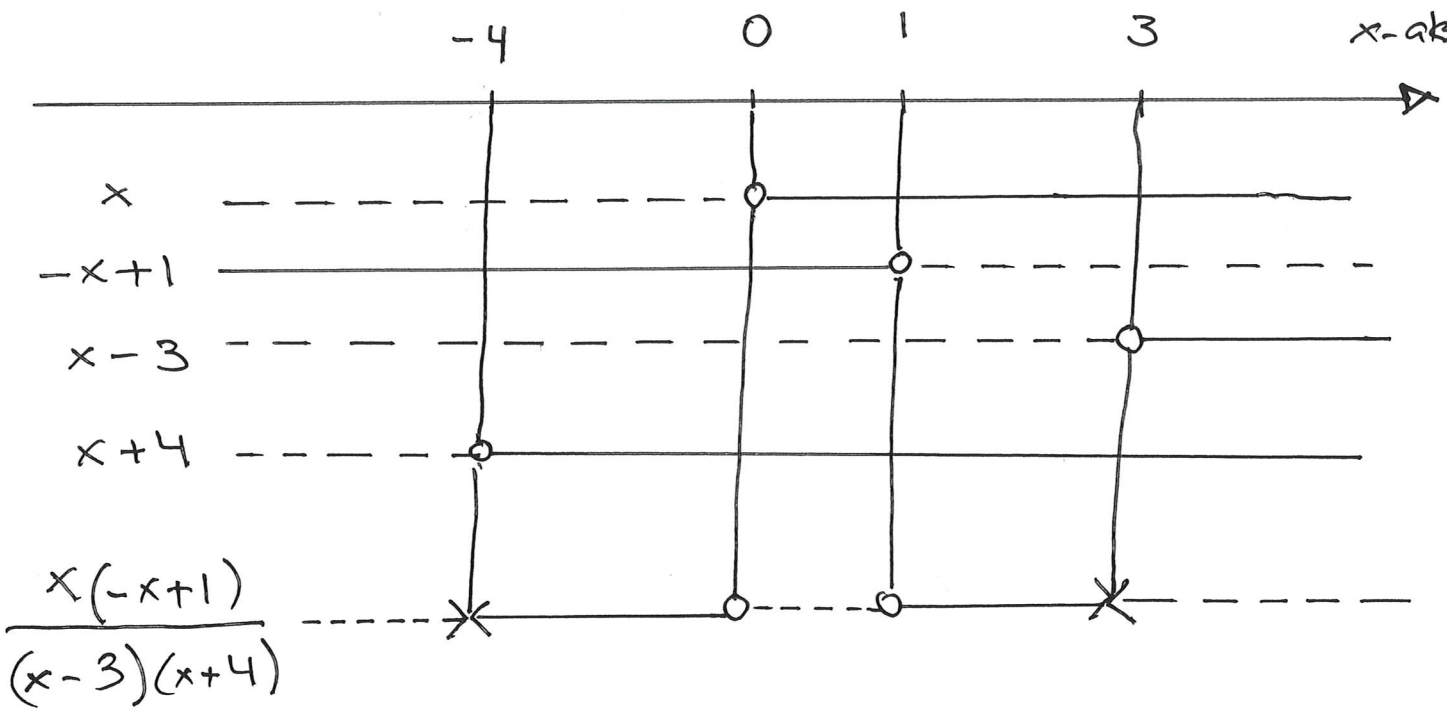
$$\frac{x(-x+1)}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

Start: 13.04

Merk: teller har nullpunkter $x=0$, $x=1$

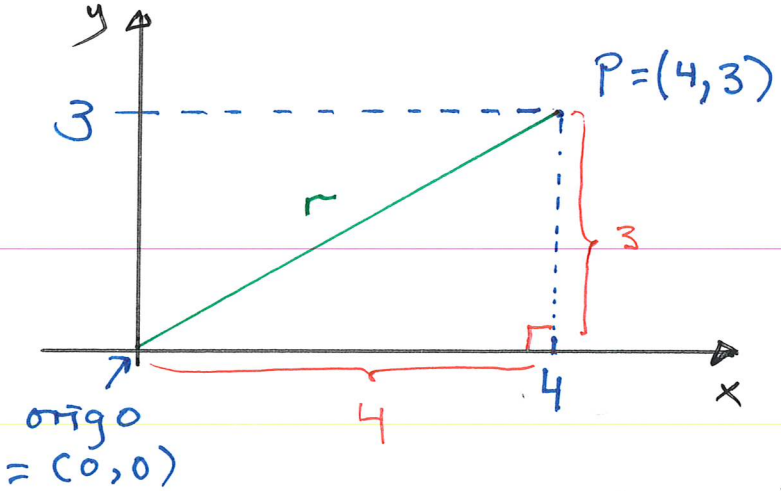
nevner —"— $x=3$, $x=-4$

Da kan vi tegne fortegnsskjema:



Så $-4 < x \leq 0$ eller $1 \leq x < 3$

2. Sirkler og ellipser



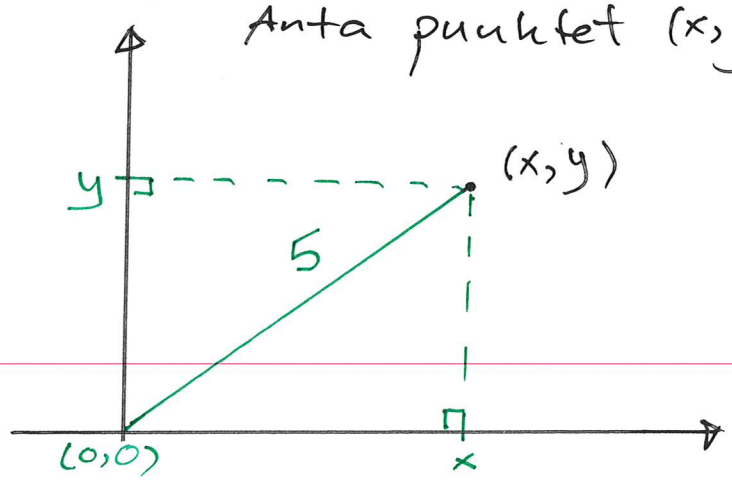
Pytagoras:

$r^2 = 4^2 + 3^2$ $(r \geq 0)$

$r^2 = 16 + 9 = 25$

$r = \sqrt{25} = 5$

Anta punktet (x, y) ligger 5 fra origo:



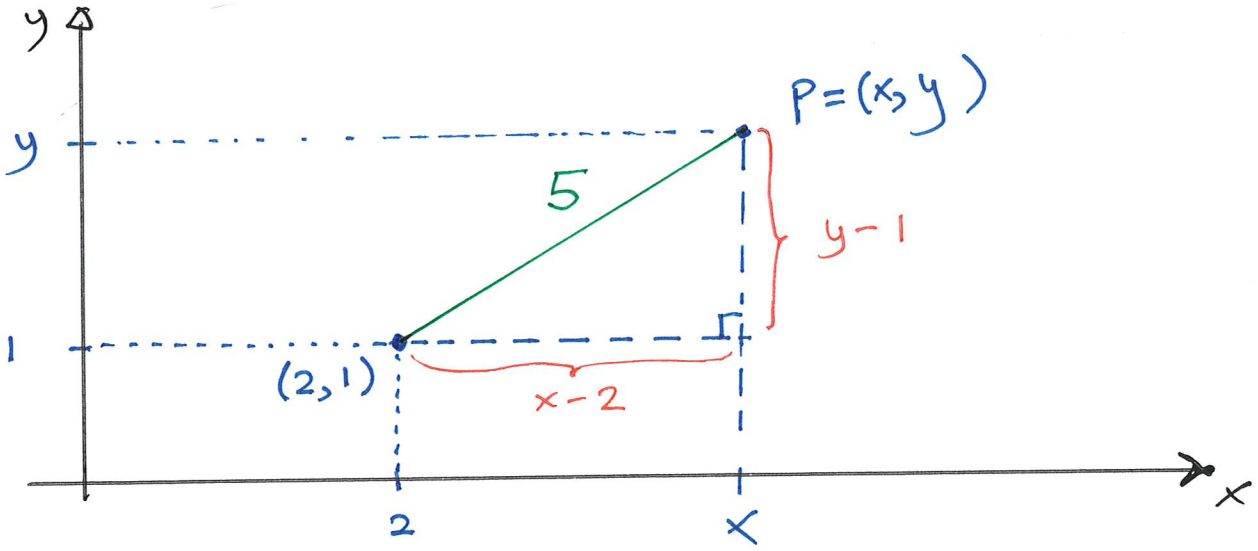
Pytagoras:

$25 = 5^2 = x^2 + y^2$

- én likning med to ukjente
- uendelig mange løsninger

Løsningene er alle punkter (x, y) på sirkelen med radius 5 og sentrum $(0, 0)$

Eks Hva er likningen til punktene på en sirkel med radius 5 og sentrum (2, 1) ?



Pytagoras: $5^2 = (x-2)^2 + (y-1)^2$

$25 = x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1$

dvs $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 20$

Eks Bestem radius og sentrum i sirkelen gitt ved likningen

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y = -9$$

Løsning $\underbrace{(x-1)^2}_{x^2-2x+1} + \underbrace{(y+3)^2}_{y^2+6y+9} = -9+1+9 = 1$

Sentrum: $\underline{(1, -3)}$ Radius: $\sqrt{1} = \underline{1}$

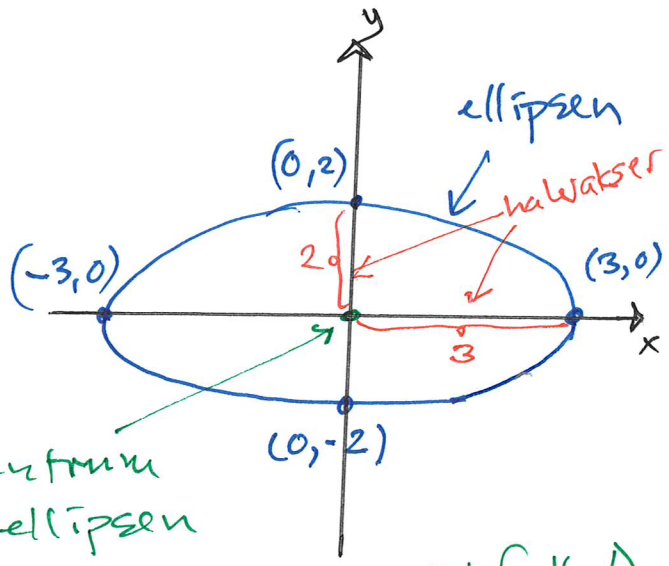
Ellipser

Eks $4x^2 + 9y^2 = 36$

Deler begge sider på 36:

$\frac{1}{9} = \frac{4}{36} x^2 + \frac{9}{36} y^2 = 1$ ($\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$)

dvs $\left(\frac{x}{3}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 1$



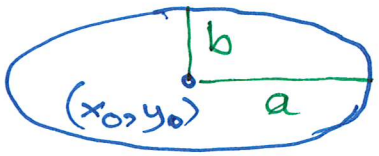
(= origo i dette tilfellet)

- minner om sirkellikning, men x-retningen er strukket med faktor 3 og y-retning med faktor 2.

Generelt En hver ellipse er løsningene på en likning (i variablene x og y) på formen

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

Her er (x_0, y_0) sentrum i ellipsen, og a og b er horisontal (a) og vertikal (b) halvakse

I eks. over er $(x_0, y_0) = (0, 0)$ og

$a = 3$, $b = 2$.