

Besvarelser kan leveres inn, helst i grupper på 2-4 studenter, og dere vil få tilbakemeldinger på det som leveres inn. Leveres på forelesning eller på mitt kontor (jeg setter en boks utenfor kontoret), med navn på alle studenter i gruppen. **Frist: Tirsdag 9. mai.**

OPPGAVE 1.

Regn ut de partiellderiverte og Hesse-matrisen til disse funksjonene:

- (a) $f(x,y) = x^2y - x^3 + y^2$
- (b) $f(x,y) = xy/(x+y)$
- (c) $f(x,y) = xe^{x+y}$
- (d) $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2 + 4)$
- (e) $f(x,y) = \sqrt{2xy + 1}$

OPPGAVE 2.

Finn alle stasjonære punkter (x^*, y^*) for disse funksjonene, og regn ut Hesse-matrisen $H(f)(x^*, y^*)$. Bruk resultatene fra Oppgave 1.

- (a) $f(x,y) = x^2y - x^3 + y^2$
- (b) $f(x,y) = xy/(x+y)$
- (c) $f(x,y) = xe^{x+y}$
- (d) $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2 + 4)$
- (e) $f(x,y) = \sqrt{2xy + 1}$

OPPGAVE 3.

Vi ser på funksjonen $f(x,y) = x^2 - 2x + 2y^2$.

- (a) Regn ut de partiellderiverte til f , og finn alle stasjonære punkter.
- (b) Finn Hesse-matrisen til f , og klassifiser alle stasjonære punkter.
- (c) Tegn en skisse av nivåkurvene $f(x,y) = h$ for $h = -2, -1, 0, 1, 2$.
- (d) Har f globale maksimumspunkter? Har f globale minimumspunkter?

OPPGAVE 4.

Vi ser på funksjonen $f(x,y) = x^3y^2 + x^2 - 2x$.

- (a) Regn ut de partiellderiverte til f , og finn alle stasjonære punkter.
- (b) Har f noen andre kritiske punkter? Har f noen randpunkter?
- (c) Finn Hesse-matrisen til f , og klassifiser alle stasjonære punkter.
- (d) Har f globale maksimumspunkter? Har f globale minimumspunkter?

OPPGAVE 5.

Vi ser på funksjonen $f(x,y) = x^3y^2 + x^2y - xy + 1$ med definisjonsområde gitt av $-1 \leq x \leq 1$ og $-1 \leq y \leq 1$.

- (a) Lag en skisse av definisjonsområdet til f . Hvilke randpunkt har f ?
- (b) Regn ut de partiellderiverte til f , og finn de indre stasjonære punktene.
- (c) Finn Hesse-matrisen til f , og klassifiser de indre stasjonære punktene.
- (d) Har f globale maksimumspunkter? Har f globale minimumspunkter?

OPPGAVE 6.

Vi ser på optimeringsproblemet

$$\max / \min f(x,y) = xy \quad \text{når} \quad x^2 + y^2 = 4$$

- (a) Skriv ned Lagrange-funksjonen og Lagrange-betingelsene for dette problemet.
- (b) Finn ordinære kandidatpunkter ved å løse Lagrange-betingelsene.
- (c) Sjekk om det finnes kandidatpunkter med degenerert bibetingelse.
- (d) Løs optimeringsproblemet.

OPPGAVE 7.

Vi ser på kurven C med likning $y(x^2 + y^2) = 2(x^2 - y^2)$.

- (a) Finn en funksjon $g(x,y)$ slik at C er nivåkurven $g(x,y) = 0$, og finn g'_x og g'_y .
- (b) Finn alle punktene på kurven C med $y = -1$.
- (c) Finn tangenten til kurven C i hvert av punktene med $y = -1$.
- (d) Løs optimeringsproblemet

$$\max / \min f(x,y) = y \quad \text{når} \quad g(x,y) = 0$$

OPPGAVE 8.

Løs optimeringsproblemet

$$\max / \min f(x,y) = x^3 + 3xy + y^3 \quad \text{når} \quad xy = 1$$