Oppgave 1.

Vi betrakter funksjonen $f(x) = 1 - x^2e^x$.

(a) Regn ut $f'(x)$ og $f''(x)$.
(b) Bestem eventuelle (globale) maksimums- og minimumsverdier for f.
(c) Finn eventuelle vendepunkt for f.
(d) Bestem om f har en omvendt funksjon.

Oppgave 2.

Regn ut disse integralene:

$$a)\ \int (1-x)^4\ \mathrm{d}x \qquad b)\ \int \frac{1-x}{x^3}\ \mathrm{d}x \qquad c)\ \int x\sqrt{x}\ \mathrm{d}x \qquad d)\ \int \frac{e^x + e^{-x}}{e^x}\ \mathrm{d}x$$

Oppgave 3.

Regn ut disse integralene:

$$a)\ \int \frac{3}{x^2-7x+12}\ \mathrm{d}x \qquad b)\ \int x^2e^{-x}\ \mathrm{d}x \qquad c)\ \int \frac{e^x}{e^x+e^{-x}}\ \mathrm{d}x \qquad d)\ \int x\sqrt{x}\ln x\ \mathrm{d}x$$

Oppgave 4.

La R være området begrenset av grafene til $y = \sqrt{x}$ og $y = x^2$. Tegn en skisse som (grovt) viser området R, og regn ut arealet til R.

Oppgave 5.

Regn ut integralene, dersom de eksisterer:

$$a)\ \int \frac{1}{1-\sqrt{x}}\ \mathrm{d}x \qquad b)\ \int_0^b \frac{1}{1-\sqrt{x}}\ \mathrm{d}x \quad \text{når } 0 < b < 1 \qquad c)\ \int_0^1 \frac{1}{1-\sqrt{x}}\ \mathrm{d}x$$

Oppgave 6.

Vi betrakter det lineære systemet

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 12 \\ x & - & y & - & 7z & = & 4 \\ x & + & 2y & + & 5z & = & h \end{array}$$

der h er en parameter og x,y,z er variabler.

(a) Bestem de verdiene av h som gjør systemet inkonsistent.
(b) Løs systemet i de tilfellene hvor det er konsistent.

Oppgave 7.

Vi betrakter matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a \\ a & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Regn ut $\det(A)$.
(b) Løs likningen $\det(A) = 0$.
(c) Bestem alle verdier av a slik at det lineære systemet $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0}$ har eksakt én løsning.
(d) Løs det lineære systemet $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0}$ i de tilfellene der det har uendelig mange løsninger.

Oppgave 8.

Et lineært system er på formen $A \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0}$ og har fire likninger og tre ukjente. Hvor mange løsninger har systemet dersom det er en pivot-posisjon i hver kolonne i A?

Oppgave 9.

Vi betrakter det lineære systemet med med matriseform $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, der

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & -5 & 2 \\ 5 & 5 & 7 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(a) Skriv ned det lineære systemet som et likningssystem.
(b) Bestem antall frihetsgrader i det lineære systemet, og skriv ned løsningene på vektorform.

Oppgave 10.

Vi betrakter matrisen A og det lineære likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ 0 & 2 & 0 \\ a & a^2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \text{og} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2a \\ 6 \end{pmatrix}$$

der a er en parameter og x,y,z er variable.

(a) Regn ut $|A|$.
(b) Finn A^{-1} når $a = 2$, og bruk det til å løse systemet når $a = 2$.
(c) Bestem a slik at det lineære systemet har henholdsvis
i) ingen løsninger ii) eksakt én løsning iii) uendelig mange løsninger
(d) Finn løsningene av det lineære systemet når det har uendelig mange løsninger.
(e) Bruk Cramers regel til å løse det lineære systemet når det har eksakt én løsning.