Midtveiseksamen i MET1180[1] - Matematikk for siviløkonomer

12. desember 2018

Oppgavesettet har 15 flervalgsoppgaver. Rett svar gir 3 poeng, galt svar gir -1 poeng, svaralternativ (E) gir 0 poeng. Bare ett svar er rett.

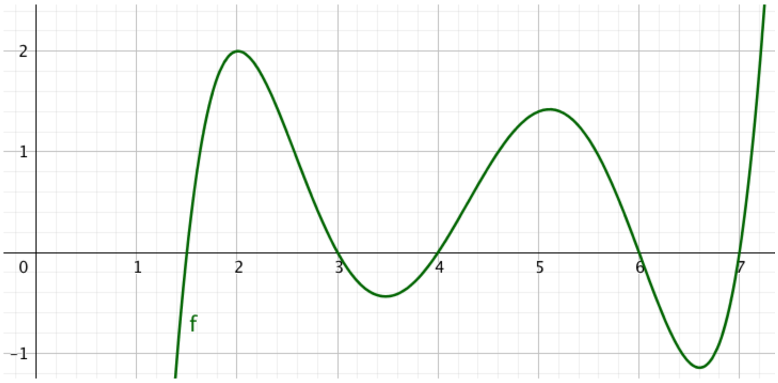
Oppgave 1

Resten til polynomdivisjonen $(3x^2 - 13x + 19) : (x - 2)$ er

(A) 0
(B) 1
(C) 5
(D) 6
(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Oppgave 2

Vi har en funksjon $f(x)$ som har følgende graf:



Figur 1: Grafen til $f(x)$

Hvilket utsagn er ikke sant?

(A) $f(3) = 0$
(B) $f'(3) < 0$
(C) $f'(x)$ skifter fortegn mellom $x = 4{,}2$ og $x = 5{,}8$
(D) $f'(2) > f'(5)$
(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Oppgave 3

Prisen på en aksje har akkurat doblet seg på 12 år. Det gir en årlig vekstfaktor på

(A) $2^{\frac{1}{12}}$
(B) 7%
(C) 1,07
(D) $\frac{13}{12}$
(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

[1] Eksamenskoder MET11802 og MET11805

Oppgave 4

Vi har en annengradsfunksjon $f(x)$ med bunnpunkt $(x, y) = (4, 1)$ og $f(2) = 3$. Da er

(A) $f(x) = (x+4)^2 - 1$
(B) $f(x) = (x-4)^2 + 1$
(C) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 9$
(D) $f(x) = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 1$
(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Oppgave 5

Et fast beløp 90 000 (annuiteten) skal betales hvert år i 20 år med første betaling om tre år. Anta renten er 4% med årlig forrentning. Da er den geometriske rekken som uttrykker nåverdien til denne kontantstrømmen

(A) $$\frac{90\,000}{1{,}04^3} + \frac{90\,000}{1{,}04^4} + \cdots + \frac{90\,000}{1{,}04^{22}} + \frac{90\,000}{1{,}04^{23}}$$

(B) $$\frac{90\,000}{1{,}04^3} + \frac{90\,000}{1{,}04^4} + \cdots + \frac{90\,000}{1{,}04^{21}} + \frac{90\,000}{1{,}04^{22}}$$

(C) $$\frac{90\,000}{1{,}04} + \frac{90\,000}{1{,}04^2} + \cdots + \frac{90\,000}{1{,}04^{19}} + \frac{90\,000}{1{,}04^{20}}$$

(D) $$90\,000 + 90\,000 \cdot 1{,}04 + \cdots + 90\,000 \cdot 1{,}04^{18} + 90\,000 \cdot 1{,}04^{19}$$

(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Oppgave 6

Likningen $\sqrt{2x+3} = x + 4$ har

(A) ingen løsninger
(B) en løsning
(C) to løsninger
(D) tre løsninger
(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Oppgave 7

Hege setter 300 000 inn på en konto med 2,4% rente og kontinuerlig forrentning. Hvor lenge må pengene stå før saldoen er 500 000?

(A) $\dfrac{\ln 5 - \ln 3}{0{,}024}$ år

(B) 23 år

(C) $\dfrac{\ln 5 - \ln 3}{\ln(1{,}024)}$ år

(D) 27,78 år

(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Oppgave 8

Vi har kostnadsfunksjonen $K(x) = 0{,}01x^2 + 15x + 1600$. Da er minimal enhetskostnad

(A) 400
(B) 23
(C) 40
(D) 9200
(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Oppgave 9

Vi har funksjonen $f(x) = 3\ln(x) - 0{,}5x + 10,\ x > 0$. Hvilket utsagn er <u>ikke</u> sant?

(A) $f(x)$ er voksende i intervallet $\langle 0, 4]$
(B) $f'(x)$ er negativ i intervallet $\langle 7, \infty\rangle$
(C) $f(x)$ har et globalt maksimumspunkt for $x = 6$
(D) $f''(3) = \frac{1}{3}$
(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Oppgave 10

La p være prisen på en vare og anta $D(p) = 75e^{-0{,}2p}$ er etterspørselsfunksjonen. Hvilket utsagn er sant?

(A) Hvis $p < 10$ er etterspørselen uelastisk
(B) Hvis $p < 5$ er etterspørselen elastisk
(C) Hvis $p > 5$ er etterspørselen elastisk
(D) Hvis $p = 10$ er etterspørselen nøytralelastisk
(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Oppgave 11

Vi har

$$a = \lim_{x\to 1} \frac{e^x - e}{x - \sqrt{x}}$$

Hvilket utsagn er sant?

(A) $a = 3e$

(B) $a = 2e$

(C) $a = \dfrac{e}{2}$

(D) $a = \dfrac{2}{e}$

(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Oppgave 12

Vi har en funksjon $f(x)$ med en derivert funksjon $f'(x)$ som har følgende graf:

Figur 2: Grafen til $f'(x)$

Hvilket utsagn er sant?

(A) $f(x)$ er konkav i intervallet $[5-\frac{1}{\sqrt{3}}, 5+\frac{1}{\sqrt{3}}]$
(B) $f(x)$ er konveks i intervallet $[7, 8]$
(C) $f(x)$ er konkav
(D) $f(x)$ er konveks i intervallet $[1, 5]$
(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Oppgave 13

Anta $P_2(x)$ er Taylorpolynomet av grad 2 til $f(x) = \ln(x)$ i punktet $x = 1$. Hvilket utsagn er sant?

(A) Avstanden fra $P_2(2)$ til $f(2)$ er mer enn 0,3
(B) Avstanden fra $P_2(2)$ til $f(2)$ er mellom 0,2 og 0,3
(C) Avstanden fra $P_2(2)$ til $f(2)$ er mellom 0,1 og 0,2
(D) Avstanden fra $P_2(2)$ til $f(2)$ er mellom 0 og 0,1
(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Oppgave 14

Vi har en kurve definert implisitt ved likningen $4x^2 - 7xy + 4y^2 = 16$. Hvilket utsagn er sant?

(A) Det finnes bare ett punkt på kurven med x-koordinat 4 og stigningstallet til tangenten i dette punktet er -1
(B) Det finnes to punkter på kurven med x-koordinat 4 og produktet av stigningstallene til tangentene i disse punktene er $-2{,}75$
(C) Det finnes to punkter på kurven med x-koordinat 4 og produktet av stigningstallene til tangentene i disse punktene er -64
(D) Det finnes to punkter på kurven med x-koordinat 4 og produktet av stigningstallene til tangentene i disse punktene er $\frac{1024}{425}$
(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Oppgave 15

Vi har funksjonsuttrykket $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 4$. Hvilket utsagn er sant?

(A) Hvis definisjonsmengden D_f er $[4, \infty\rangle$ så har $f(x)$ en omvendt funksjon.
(B) Hvis definisjonsmengden D_f er $[3, \infty\rangle$ så har $f(x)$ ikke en omvendt funksjon.
(C) Hvis definisjonsmengden D_f er $[0, 3]$ så har $f(x)$ en omvendt funksjon.
(D) Hvis definisjonsmengden D_f er $\langle -\infty, 1]$ så har $f(x)$ ikke en omvendt funksjon.
(E) Jeg velger å ikke svare på denne oppgaven.

Formelsamling

1 Finansmatematikk

Geometriske rekker. En endelig geometrisk rekke har sum

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-k^n}{1-k}$$

og en uendelige geometrisk rekke har sum

$$S = a_1 \cdot \frac{1}{1-k} \quad \text{når } |k| < 1$$

Nåverdier. Nåverdien K_0 til en innbetaling K_n er henholdsvis

$$K_0 = \frac{K_n}{(1+r)^n} \quad \text{og} \quad K_0 = \frac{K_n}{e^{rn}}$$

ved diskret og kontinuerlig diskonteringsrente.

2 Integrasjon

Integrasjonsmetoder.

a) Delvis integrasjon:

$$\int u'v \, \mathrm{d}x = uv - \int uv' \, \mathrm{d}x$$

b) Substitusjon:

$$\int f(u)u' \, \mathrm{d}x = \int f(u) \, \mathrm{d}u$$

c) Delbrøksoppspaltning:

$$\int \frac{px+q}{(x-a)(x-b)} = \int \left(\frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} \right) \mathrm{d}x$$

Areal. Regionen gitt ved $f(x) \leq y \leq g(x)$ for $a \leq x \leq b$ har areal

$$A = \int_a^b (g(x) - f(x)) \, \mathrm{d}x$$

3 Lineær algebra

Cramers regel. Et lineært system $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ der $|A| \neq 0$ har en entydig løsning gitt ved

$$x_1 = \frac{|A_1(\mathbf{b})|}{|A|} \quad x_2 = \frac{|A_2(\mathbf{b})|}{|A|} \quad \ldots \quad x_n = \frac{|A_n(\mathbf{b})|}{|A|}$$

der $A_i(\mathbf{b})$ er matrisen som framkommer ved å bytte ut kolonne i fra matrisen A med $\mathbf{b}$.

4 Funksjoner i flere variable

Annenderivert-testen. Et stasjonært punkt (x^*, y^*) for funksjonen $f(x,y)$ er et

a) lokalt minimum om $A > 0$ og $AC - B^2 > 0$
b) lokalt maksimum om $A < 0$ og $AC - B^2 > 0$
c) sadelpunkt om $AC - B^2 < 0$

når vi setter $A = f''_{xx}(x^*, y^*)$, $B = f''_{xy}(x^*, y^*)$ og $C = f''_{yy}(x^*, y^*)$.

Nivåkurver. På nivåkurven $f(x,y) = c$ er den deriverte $y' = \mathrm{d}y/\mathrm{d}x$ gitt ved

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -\frac{f'_x}{f'_y}$$

Totalderivasjon. Når $z = f(x,y)$, og vi har $x = x(t)$ og $y = y(t)$, så er den totalderiverte

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$$