Veiledningsoppgaver

Oppgave 1.
Vi ser på det lineære systemet med ukjente x,y,z,w og utvidet matrise

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 3 & 4 & 11 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

a) Bruk Gauss-eliminasjon til å gjøre om den utvidede matrisen til en trappeform og til en redusert trappeform.

b) Avgjør hvilke variabler som er avhengige og hvilke som er frie. Hvor mange frihetsgrader er det?

c) Skriv ned løsningene av systemet på parameterform, og bestem alle løsninger med $z = 0$.

Oppgave 2.
Regn ut determinantene:

a) $\begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$ f) $\begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix}$

Oppgave 3.
Regn ut determinantene:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \end{vmatrix}$

Oppgave 4.
Regn ut determinantene, og avgjør når determinantene er null:

a) $\begin{vmatrix} 2 & a \\ a & 8 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 1 & a & 9 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} a & 1 & 7 \\ 0 & 1-a & a \\ 0 & 0 & 2a \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & a & 3 \\ 1 & a & 1 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}$

Oppgave 5.
Regn ut determinantene:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & \sqrt{3} & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$

Oppgave 6.

Når $A = \left(\begin{smallmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 6 \end{smallmatrix}\right)$ og $B = \left(\begin{smallmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{smallmatrix}\right)$, kan vi tenke på matrisen X som en *blokk-matrise* $X = \left(\begin{smallmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{smallmatrix}\right)$:

$$X = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Regn ut $|X|$ b) Vis at $|X| = |A| \cdot |B|$ c) Finn $\left|\begin{smallmatrix} A & B \\ 0 & C \end{smallmatrix}\right|$ når C er en 2×2-matrise med $|C| = 4$

Oppgave 7.

Bestem når systemet har eksakt én løsning, og finne løsningen i disse tilfellene:

$$a) \quad \begin{array}{rcrcr} x & + & ay & = & 3 \\ ax & + & 4y & = & 1 \end{array} \qquad\qquad b) \quad \begin{array}{rcrcr} ax & + & y & = & 1 \\ -x & + & ay & = & 2 \end{array}$$

Oppgave 8.

Et lineært system kalles *homogent* dersom alle konstantleddene er null. Hvor mange løsninger har et homogent lineært system med tre likninger og fem ukjente?

Oppgave 9.

Avgjør hvor mange løsninger de lineære systemene har for ulike verdier av parameteren a.

$$a) \quad \begin{array}{rcrcrcr} x & + & 3y & + & az & = & 0 \\ 2x & - & ay & + & 3z & = & 0 \\ 3x & + & 2y & + & 4z & = & 0 \end{array} \qquad\qquad b) \quad \begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & ay & - & z & = & a-5 \\ -x & + & 2y & + & az & = & -3 \\ ax & - & y & + & 2z & = & a+10 \end{array}$$

Oppgave 10.
Eksamen MET1180 (Juni 2016) Oppgave 1abd

Vi ser på det lineære likningssystemet med utvidet matrise $(A|\mathbf{b})$, der variablene er x,y,z og s er en parameter:

$$A = \begin{pmatrix} 2-s & 3 & 3 \\ 3 & 2-s & 3 \\ 3 & 3 & 2-s \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ s+4 \\ 1-2s \end{pmatrix}$$

a) **(6p)** Løs det lineære systemet når $s = 8$. Hvor mange frihetsgrader har systemet?

b) **(6p)** Regn ut $|A|$ for en vilkårlig verdi av s.

c) **(6p)** For hvilke verdier av s har det lineære systemet eksakt én løsning? Finn x i disse tilfellene.

Oppgaver fra læreboken

Læreboken [E]:	Eriksen, *Matematikk for økonomi og finans*
Oppgaveboken [O]:	Eriksen, *Matematikk for økonomi og finans - Oppgaver og Løsningsforslag*

Oppgaver:	[E] 6.2.5, 6.3.1 - 6.3.8, 6.4.1 - 6.4.7
Fullstendig løsning:	Se [O] Kap 6.2 - 6.4

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.

a)

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 3 & 4 & 11 \\ 0 & 3 & -5 & -8 & -20 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -4 \end{array}\right), \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 4 \end{array}\right)$$

b) x,y,z avhengige, w fri, én frihetsgrad og uendelig mange løsninger

c) $(x,y,z,w) = (-4t-1, 6t, 2t+4, t)$, én løsning $(7,-12,0,-2)$ med $z=0$

Oppgave 2.

a) 2 b) -2 c) 2 d) -2 e) 0 f) $ac-b^2$

Oppgave 3.

a) 2 b) 2 c) 0 d) 6 e) $(1-a)(1-b)(b-a)$

Oppgave 4.

a) Determinant $16-a^2$, den er null for $a=\pm 4$

b) Determinant $-a^2+2a+7$, den er null for $a = 1\pm\sqrt{8}$

c) Determinant $2a^2(1-a)$, den er null for $a=0$ og $a=1$

d) Determinant $4-2a$, den er null for $a=2$

e) Determinant $(a-1)^2(a+2)$, den er null for $a=1$ og $a=-2$

Oppgave 5.

a) 4 b) -10 c) -12

Oppgave 6.

a) 10 b) $10 = (-10)\cdot(-1)$ c) -40

Oppgave 7.

a) $(x,y) = \left(\dfrac{12-a}{4-a^2}, \dfrac{1-3a}{4-a^2}\right)$ for $a \neq \pm 2$ b) $(x,y) = \left(\dfrac{a-2}{a^2+1}, \dfrac{2a+1}{a^2+1}\right)$ for alle a

Oppgave 8.

Uendelig mange løsninger

Oppgave 9.

a) Uendelig mange løsninger for $a=\pm 1$, én løsning for $a\neq \pm 1$
b) Uendelig mange løsninger for $a=-1$, én løsning for $a\neq -1$

Oppgave 10.

a) $(x,y,z) = (z-2, z-3, z)$, en frihetsgrad (z er fri) b) $-s^3+6s^2+15s+8 = -(s+1)^2(s-8)$

c) $s \neq 8, -1$, $x=0$