

- Plan
1. Rasjonale likninger
 2. Irrasjonale likninger
 3. Ulikheter

1. Rasjonale likninger

En rasjonal likning:

$$\frac{p(x)}{q(x)} = 0$$

polynommer

Eks

$$\frac{x+1}{(x-1)(x+3)} = 0$$

Da er $x+1 = 0$ og $(x-1)(x+3) \neq 0$, dvs

$$x \neq 1, x \neq -3$$

Så $x = -1$ er eneste løsning

Eks (oppg 10a fra forrige uke)

Liku. $1 + x + x^2 + \dots + x^{99} = 0$ (*)

VS er en geom. rekke med første ledd $a_1 = 1$, multiplikator $k = x$, antall ledd = 100

Da gir formelen VS; likningen: $1 \cdot \frac{x^{100} - 1}{x - 1} = 0$ (**)

dvs $x^{100} - 1 = 0$ og $x - 1 \neq 0$
 $x^{100} = 1$ gir $x = \pm 1^{\frac{1}{100}} = \pm 1$

Men $x - 1$ må være ulik 0; brøken, så $x \neq 1$, og

(**) har derfor bare $x = -1$ som løsning.

Må sjekke $x = 1$ separat; (*):

VS: $1 + 1 + 1^2 + \dots + 1^{99} = 100 \neq 0$ HS.

Så $x = -1$ er eneste løsning på likning (*)

Eks $\frac{x+1}{(x-1)(x+3)} \stackrel{(*)}{=} 2 \quad | -2 \quad (x \neq 1, x \neq -3)$

$$\frac{x+1}{(x-1)(x+3)} - 2 = 0$$

Setter på felles nevner: Multipliserer -2 med $\frac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+3)} = 1$

$$\frac{x+1 - 2(x-1)(x+3)}{(x-1)(x+3)} = 0$$

Løser opp parenteser og trekker sammen i teller (ikke i nevner!)

$$\frac{x+1 - 2(x^2+2x-3)}{(x-1)(x+3)} = 0$$

$$\frac{-2x^2 - 3x + 7}{(x-1)(x+3)} \stackrel{(**)}{=} 0 \quad (**) \text{ har de samme løsn. } (*)$$

- finner nullpunktene (rottene) til telleren og sjekker at de ikke er 1 og -3

2. Irrasjonale likninger

- den ukjente (x -en) står under en rot!

Eks $2\sqrt{x+1} \stackrel{(*)}{=} x-2 \quad (x \geq -1)$

kvadrerer på begge sider

$$4 \cdot (x+1) \stackrel{(**)}{=} (x-2)^2$$

$$4x + 4 = x^2 - 4x + 4 \quad | -4$$

får $x^2 - 8x = 0$

altså $x(x - 8) = 0$ så $x=0$ el $x=8$
er løsninger til (**)

- dette er kandidat løsningene til (*) - må testes!

(tenk: $-3 \neq 3$, men $(-3)^2 = 9 = 3^2$)

$x=0$ VS: $2 \cdot \sqrt{0+1} = 2 \cdot \sqrt{1} = 2$
HS: $0 - 2 = -2$ } ikke like!
så $x=0$ er ikke
en løsn. av (*)

$x=8$ VS: $2 \cdot \sqrt{8+1} = 2 \cdot \sqrt{9} = 6$
HS: $8 - 2 = 6$ } er like! - så
 $x=8$ er
eneste løsning
p = (*).

3. Ulikheter

$-2 < -1$ leses: "minus to er mindre enn minus 1"

$\frac{1}{9} > \frac{1}{12}$ leses: "en niel er større enn en tolvdel"

Også \leq og \geq

• En ulikhet er en påstand om at ett uttrykk (tall) er mindre enn (større enn...) et annet uttrykk (tall).

• Løsningene p = ulikheten er de x-verdiene som gjør påstanden sann.

Start: 9.02

EKS $x - 1 \geq 2$ - en påstand!

- er sann hvis $x = 5$ fordi $5 - 1 = 4 \geq 2$ er sant

- er usann hvis $x = 2$ fordi $2 - 1 = 1 \geq 2$ er usant

Alle løsningene: $\underline{\underline{x \geq 3}}$ - uendelig mange løsninger

- kan også skrive $\underline{\underline{x \in [3, \infty)}}$

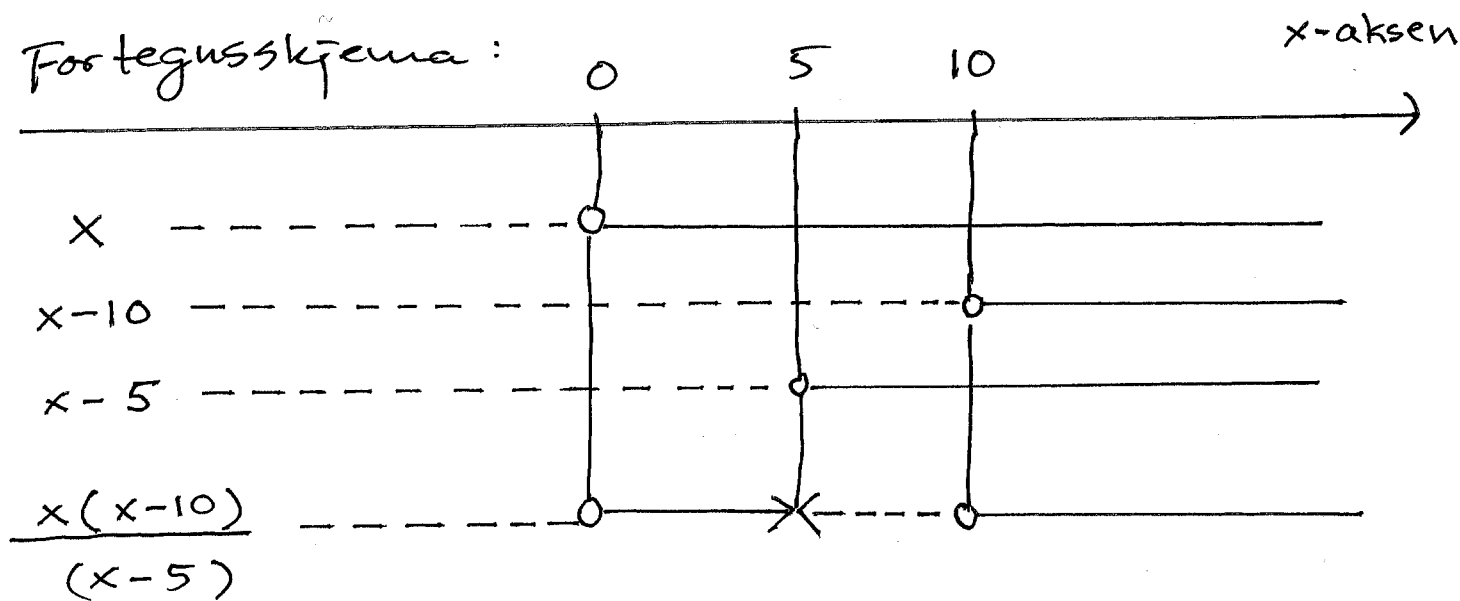
—||— $\underline{\underline{x \in [3, \rightarrow)}}$

EKS Løs ulikheten $\frac{x(x-10)}{(x-5)} \geq 0$

Løsning Fordi vi har 0 på HS og en ferdig faktorisert brøk på VS, kan vi bruke fortegusskjema.

merk Nullpunktene: teller: $x = 0, x = 10$

—||— nevner: $x = 5$



dos (løsningen) $\underline{\underline{0 \leq x < 5 \text{ eller } x \geq 10}}$

alternativ skrivemåte: $x \in [0, 5) \text{ el. } x \in [10, \rightarrow)$

Eks (Fagprøve 2020h)

Løs ulikheten $\frac{2x-12}{(x-3)(x+4)} \geq 1$

Løsning Vi har ikke 0 på tfs og kan derfor ikke bruke fortegnsskjema direkte.
Trekker fra 1 på BS og lager felles nevner.

$$\frac{2x-12}{(x-3)(x+4)} - 1 \cdot \frac{(x-3)(x+4)}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

Skriver VS som én brøk:

$$\frac{2x-12 - (x-3)(x+4)}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

Løser opp og trekker sammen i teller (ikke i nevner)

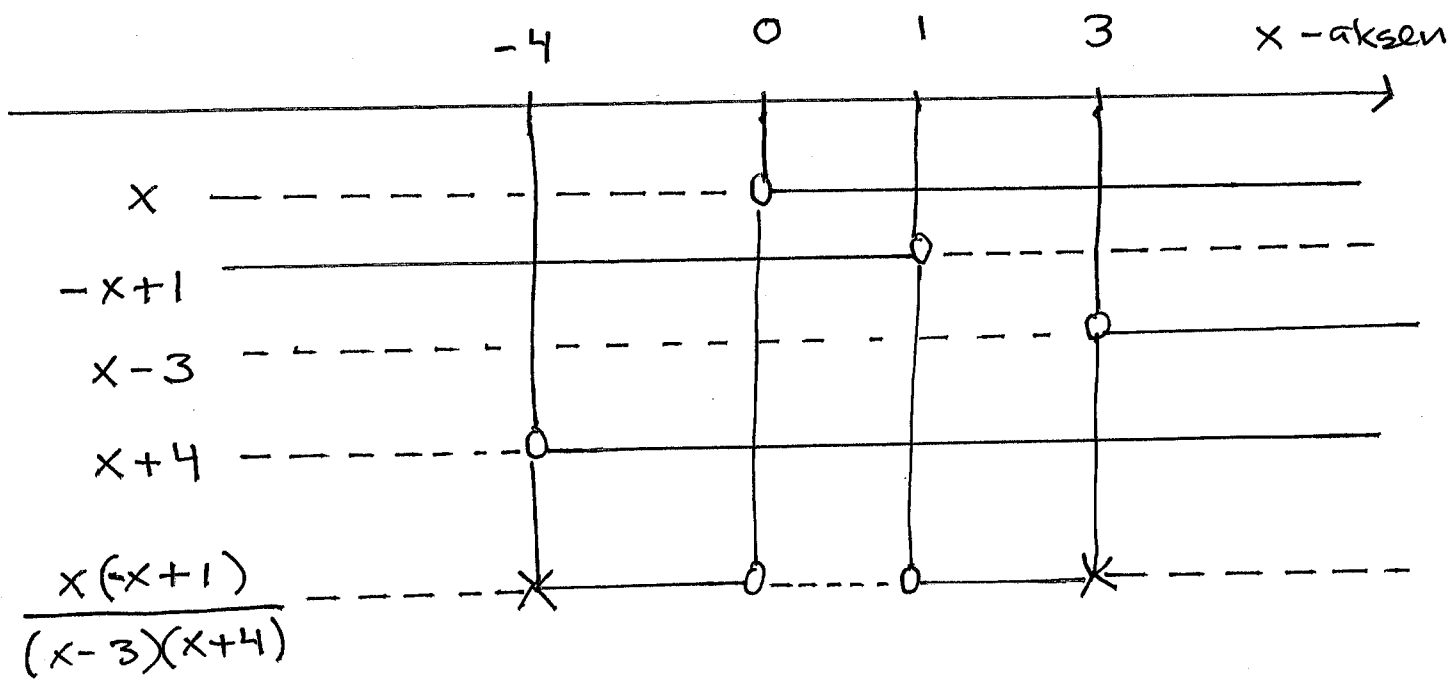
$$\frac{2x-12 - (x^2+x-12)}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

$$\frac{-x^2+x}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

$$\frac{x \cdot (-x+1)}{(x-3)(x+4)} \geq 0$$

Merk teller har nullpunkter $x=0$, $x=1$
nevner ——— " ——— $x=3$, $x=-4$

Da kan vi tegne fortegnsskjema:



Så $-4 < x \leq 0$ eller $1 \leq x < 3$