MET 1180, 2. forelesning, 26. aug. 2025, Runar Ile

Plan
1. Repetisjon (alg. uttrykk, røtter & potenser, absoluttverdi)
2. Relativ endring og vekstfaktor
3. Renter

---

1. Repetisjon

Brøker $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{10}{12}$

og $\frac{x+3}{x+4} \cdot \frac{x-1}{x+2} = \frac{(x+3)\cdot(x-1)}{(x+4)\cdot(x+2)}$

Oppg 1: $\frac{18}{4} \cdot \frac{\frac{2}{3}}{12} = \frac{18 \cdot \frac{2}{3}}{4 \cdot 12} = \frac{18 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3}{4 \cdot 12 \cdot 3} = \frac{18 \cdot 2}{4 \cdot 12 \cdot 3}$

$$= \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{9} \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cancel{3}} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

Oppg 2: $\frac{x^2 - 3x}{x(y-3)} \cdot \frac{xy^2 - 9x}{x-3} = \frac{\cancel{x}(x-3)}{\cancel{x}(y-3)} \cdot \frac{x(y^2-9)}{x-3}$

$$= \frac{\cancel{(x-3)} \cdot x \cdot (y^2-9)}{(y-3)\cdot \cancel{(x-3)}} = \frac{x\,\cancel{(y-3)}(y+3)}{\cancel{(y-3)}} = \underline{\underline{x(y+3)}}$$

Prioriteringsregler

$2 + 3 \cdot 4 = 14$

$(2+3) \cdot 4 = 20$

Alg/Chain

$-3^2 = (-1) \cdot 3 \cdot 3 = -9$

$(-3)^2 = (-3)(-3) = 9$

og $-3 \cdot 4 = -12$

Røtter/potenser

? -ok

$\sqrt{5} = 5^{0,5} = 5^{\frac{1}{2}}$. Sjekker:

$5^{0,5} \cdot 5^{0,5} = 5^{0,5+0,5} = 5^1 = 5$

Altså: $5^{0,5} = \sqrt{5}$.

$\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}}$ fordi $\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 5^{\frac{1}{3}\cdot 3} = 5^1 = 5$

og $\left(\sqrt[3]{5}\right)^6 = \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^6 = 5^{\frac{1}{3}\cdot 6} = 5^2$

Dessuten $5^{-1} = \frac{1}{5}$ og $5^{-2} = \left(5^{-1}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{5^2}$

og $5^{-\frac{1}{2}} = \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^{-1} = \left(\sqrt{5}\right)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

Mønster Hvis m, n er heltall, $n > 0$

og $a > 0$ (pos. tall) så er

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Oppg 6i $\frac{\sqrt{1,03}^{10}}{1,03^4} = \frac{\left(1,03^{\frac{1}{2}}\right)^{10}}{1,03^4} = \frac{1,03^{\frac{1}{2}\cdot 10}}{1,03^4}$

$= \frac{1,03^5}{1,03^4} = 1,03^{5-4} = \underline{\underline{1,03}}$

Oppg Beregn $1{,}11^{\sqrt{2}}$ på kalkulatoren.

(Svar: 1,159035....)

Løsning 1,11 $\boxed{y^x}$ 2 $\boxed{\sqrt{x}}$ $\boxed{=}$

Samme grunntall: $2^{1{,}5} \cdot 2^{3{,}8} = 2^{1{,}5+3{,}8} = 2^{5{,}3}$

Samme eksponent: $2^4 \cdot 3^4 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2 \cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3$

$= 2\cdot 3 \cdot 2\cdot 3 \cdot 2\cdot 3 \cdot 2\cdot 3 = (2\cdot 3)^4$

Eks $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} = (2\cdot 3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{6}$ $\qquad \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Mønster $a^r \cdot b^r = (a\cdot b)^r$

Oppg Beregn $1{,}12^{-1}$ på kalk.

Løsning 1 1,12 $\boxed{y^x}$ 1 $\boxed{+/-}$ $\boxed{=}$

Løsning 2 1,12 $\boxed{1/x}$ $\qquad$ (fordi $1{,}12^{-1} = \frac{1}{1{,}12}$)

Start: 9.03

Absoluttverdi

Eks $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{(-3)\cdot(-3)} = \sqrt{9} = 3 = -(-3) = |-3|$

så $\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & \text{hvis } x \geq 0 \\ -x & \text{hvis } x < 0 \end{cases}$

Oppg 7j Løs likn. $x|x| = 9$

To tifeller: $\underline{x \geq 0}$ gir likn. $x\cdot x = 9$ med løsn. $\underline{x=3}$
$(x=-3<0)$.

$\underline{x<0}$ gir likn $x\cdot(-x) = 9$ dvs $-x^2 = 9$
dvs $x^2 = -9$ - ingen løsn. $(x^2 \geq 0)$.

2. Relativ endring og vekstfaktor

$$\text{Relativ endring} = \frac{\text{ny verdi} - \text{gammel verdi}}{\text{gammel verdi}}$$

Husk : $\% = \frac{1}{100} = 0,01$

$$3\% = 3 \cdot \frac{1}{100} = 0,03$$

Eks Kåres timelønn har økt fra 192 kr til 215 kr. Da er den relative endringen

$$\frac{215\text{ kr} - 192\text{ kr}}{192\text{ kr}} = \frac{23}{192} = 12,0\%$$

$$\text{Vekstfaktor} = 1 + \text{relativ endring}$$

(vekstraten)

$$= \frac{\text{ny verdi}}{\text{gammel verdi}}$$

Eks Vekstfaktoren til Kåres timelønnsøkning

er $1 + 12,0\% = 1,120$

Oppg I fjor tjente Kåre 74 000 m. 192 kr/time. Hva vil han tjene i år hvis han jobber like mye (med den nye timelønnen)?

Løsning $74000 \cdot 1,12 = \underline{\underline{82\,880}}$

3. Renter

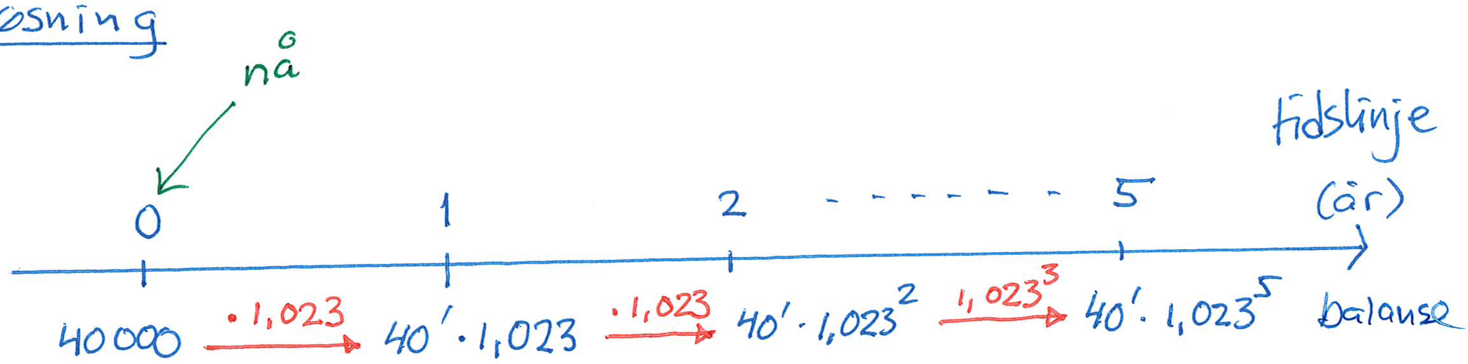
Eks Du setter 40 000 på en konto som gir 2,3% årlig rente. Rentene kapitaliseres (legges til kapitalen) hvert år, etterskuddsvis. Etter ett år er balansen (hva som står på konto) gitt som

$$40000 + 40000 \cdot 2{,}3\%$$

$$= 40000 \underbrace{(1 + 2{,}3\%)}_{\text{vekstfaktor}} = \underline{\underline{40920{,}00}}$$

Oppg Hva er balansen etter 5 år?

Løsning



$$40000 \cdot 1{,}023^5 = \underline{\underline{44816{,}52}}$$

Kalk: 40000 $\boxed{\times}$ 1,023 $\boxed{y^x}$ 5 $\boxed{=}$

EKS Hvis rentene kapitaliseres kvartalsvis er vekstfaktoren for ett kvartal

$$1 + \frac{2,3\,\%}{4} = 1,00575$$

Balansen etter ett år : $40000 \cdot 1,00575^4$

Balansen etter 5 år : $40\,000 \cdot \left(1,00575^4\right)^5$

$$= 40000 \cdot 1,00575^{20}$$

$$= \underline{\underline{44\,860,16}}$$

Vi sier at 2,3 % er den nominelle (års) renten

Årlig vekstfaktor er $1,00575^4 = 1,023199$

Den effektive renten er 2,3199 %

Mønster

nominell rente (2,3 %)

$$B = B_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{m}$$

antall terminer totalt (20)

balansen etter m terminer (44 860,16)

innskudd (40000)

antall renteterminer pr. år (4)