Veiledningsoppgaver

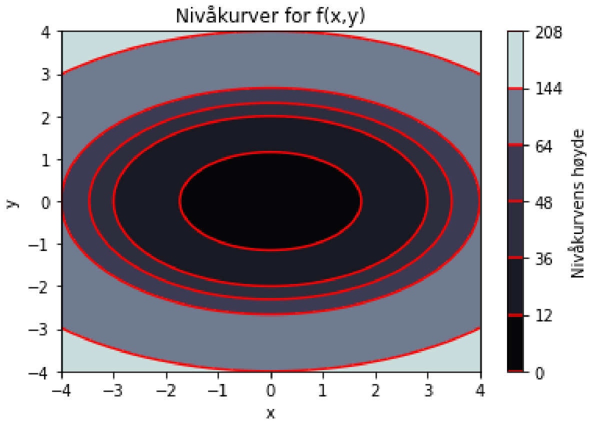
Oppgave 1.
Vi ser på delmengden $D \subseteq \mathbb{R}^2$ gitt ved ulikheten $y(x-2) \leq 3$. Lag en skisse av $D = \{(x,y) : y(x-2) \leq 3\}$, og marker indre punkter og randpunkter for D. Er D kompakt?

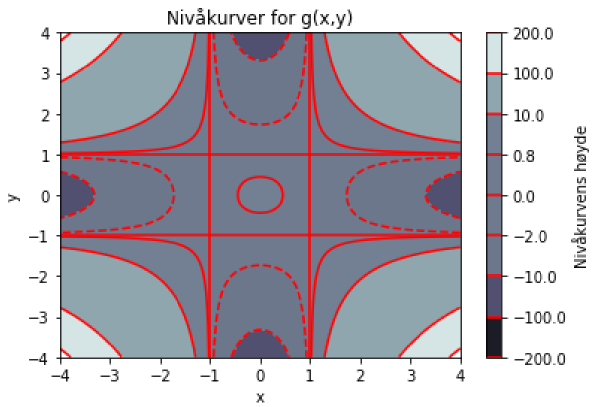
Oppgave 2.
Vi ser på en delmengde av planet $\mathbb{R}^2$ gitt ved følgende betingelser. Avgjør om delmengden er kompakt. Det er nyttig å lage en skisse av området.

a) $2x + 3y = 6$
b) $2x + 3y < 6$
c) $2x + 3y \leq 6$
d) $x^2 + y^2 = 4$
e) $x^2 + y^2 \geq 4$
f) $x^2 + y^2 \leq 4$
g) $x^2 - 2x + 4y^2 = 4$
h) $x^2 - 2x + 4y^2 \leq 4$
i) $x^2 - 2x + 4y^2 \geq 4$
j) $xy = 1$
k) $xy \leq 1$
l) $xy \geq 1$
m) $\sqrt{x^2 + y^2} = 3$
n) $\sqrt{x^2 + y^2} \leq 3$
o) $x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1 = 0$
p) $x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1 = 1$

Oppgave 3.
Hva sier ekstremverdisetningen? Gi eksempler på en mengde D i planet som er lukket men ikke begrenset, og en mengde E i planet som er begrenset men ikke lukket. Kan du finne en funksjon $f(x,y)$ som ikke har maksimum og minimum på D, og en funksjon $g(x,y)$ som ikke har maksimum og minimum på E?

Oppgave 4.
Nivåkurver for funksjonene $f(x,y) = 4x^2 + 9y^2$ og $g(x,y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1$ i området $-4 \leq x,y \leq 4$ er vist i figurene nedenfor.





a) Finn max / min $f(x,y)$ når $-4 \leq x,y \leq 4$ ved hjelp av figuren.
b) Finn max / min $g(x,y)$ når $-4 \leq x,y \leq 4$ ved hjelp av figuren.
c) Finn max / min $f(x,y)$ når $x^2 + y^2 = 16$ ved hjelp av figuren.
d) Finn max / min $g(x,y)$ når $x = y$ ved hjelp av figuren.

Oppgave 5.
Løs optimeringsproblemene:

a) $\max / \min f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$ når $0 \leq x,y \leq 1$

b) $\max / \min f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$ når $0 \leq x,y \leq 2$

c) $\max / \min f(x,y) = e^{xy-x-y}$ når $0 \leq x,y \leq 2$

d) $\max / \min f(x,y) = xy(x^2 - y^2)$ når $-1 \leq x,y \leq 1$

e) $\max / \min f(x,y) = (x^2 - 1)(y^2 - 1)$ når $-1 \leq x,y \leq 1$

Oppgave 6.
Oppgaver fra læreboken: 7.6.1 - 7.6.3
Oppgaver fra oppgaveboken: 9.27 - 9.31
Oppgaver fra Eksamenssett I

Svar på veiledningsoppgaver

Oppgave 1.
Randpunkter er gitt ved likningen $y(x-2) = 3$, det vil punkter på grafen til $y = 3/(x-2)$ (en hyperbel). Indre punkt er gitt ved $y(x-2) < 3$, det vil si punkter under hyperbelen når $x > 2$, og punkter over hyperbelen når $x < 2$, samt alle punkter med $x = 2$. Mengden D er ikke kompakt (lukket men ikke begrenset).

Oppgave 2.

a) Nei b) Nei c) Nei d) Ja e) Nei f) Ja g) Ja h) Ja

i) Nei j) Nei k) Nei l) Nei m) Ja n) Ja o) Nei p) Nei

Oppgave 4.

a) $f_{\min} = 0$ i $(0,0)$, og $f_{\max} = 208$ i $(\pm 4, \pm 4)$

b) $f_{\min} = -15$ i $(0, \pm 4)$ og $(\pm 4,0)$, og $f_{\max} = 225$ i $(\pm 4, \pm 4)$

c) $f_{\min} = 64$ i $(\pm 4,0)$, og $f_{\max} = 144$ i $(0, \pm 4)$

d) $f_{\min} = 0$ i $(1,1)$ og $(-1,-1)$, og $f_{\max} = 225$ i $(4,4)$ og $(-4,-4)$

Oppgave 5.

a) $f_{\max} = 1,\ f_{\min} = -1$

b) $f_{\max} = 8,\ f_{\min} = -1$

c) $f_{\max} = 1,\ f_{\min} = 1/e^2$

d) $f_{\max} = 2\sqrt{3}/9,\ f_{\min} = -2\sqrt{3}/9$

e) $f_{\max} = 1,\ f_{\min} = 0$

Oppgave 6.
Fullstendig løsning finnes i oppgaveboken [O]. Løsning til Eksamenssett I legges ut fredag.