

## Veiledningsoppgaver

## Oppgave 1.

Finn de stasjonære punktene til  $f$ , og klassifiser dem:

a)  $f(x,y) = 2x + 3y$

b)  $f(x,y) = x^2 + y^2$

c)  $f(x,y) = 4x^2 - 6xy + 9y^2$

d)  $f(x,y) = x^2 - 2x + 4y^2$

e)  $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$

f)  $f(x,y) = y^2 - x^3 + 3x$

g)  $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

h)  $f(x,y) = \ln(x^2y^2 - x^2 - y^2 + 3)$

## Oppgave 2.

Finn den lineære approksimasjonen til  $f$  omkring punktet  $(1,1)$ :

a)  $f(x,y) = 2x + 3y$

b)  $f(x,y) = x^2 + y^2$

c)  $f(x,y) = 4x^2 - 6xy + 9y^2$

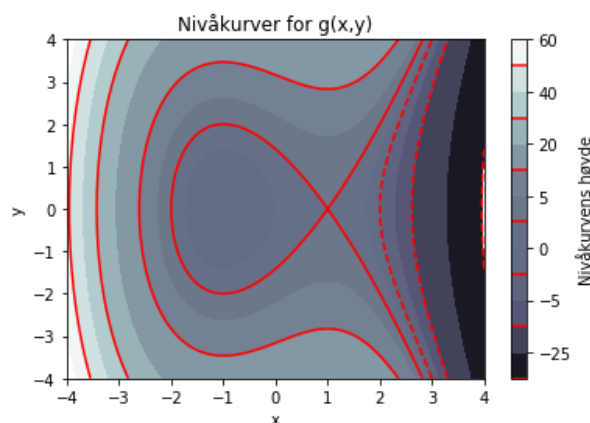
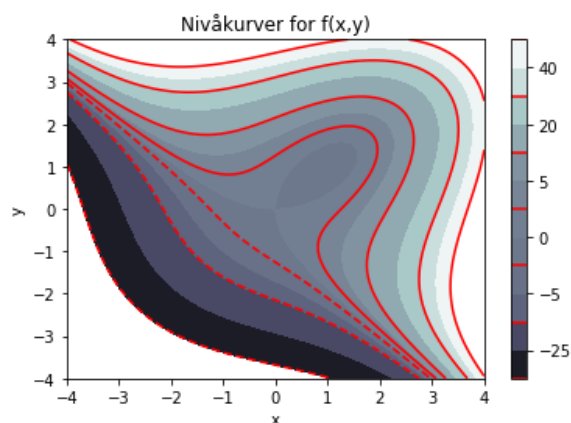
d)  $f(x,y) = x^2 - 2x + 4y^2$

e)  $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$

f)  $f(x,y) = y^2 - x^3 + 3x$

## Oppgave 3.

Nivåkurver for to funksjoner  $f$  og  $g$  i området  $-4 \leq x, y \leq 4$  er vist i figurene nedenfor.



- a) Finn eventuelle lokale maksimumspunkter, minimumspunkter og sadelpunkter på tegningen.  
 b) Funksjonene  $f$  og  $g$  er to av funksjonene fra Oppgave 1. Hvilke?

## Oppgave 4.

Finn globale maksimums- og minimumspunkter, hvis de finnes:

a)  $f(x,y) = 2x + 3y$

b)  $f(x,y) = x^2 + y^2$

c)  $f(x,y) = 4x^2 - 6xy + 9y^2$

d)  $f(x,y) = x^2 - 2x + 4y^2$

e)  $f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$

f)  $f(x,y) = y^2 - x^3 + 3x$

g)  $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

h)  $f(x,y) = \ln(x^2y^2 - x^2 - y^2 + 3)$

### Oppgave 5.

Finn alle stasjonære punkter og klassifiser dem:

a)  $f(x,y) = xy(x^2 - y^2)$

b)  $f(x,y) = x^2y + xy^3 + xy^2$

c)  $f(x,y) = \sqrt{36 - 9x^2 - 4y^2}$

### Oppgave 6.

Oppgaver fra læreboken: 7.4.1 - 7.4.4, 7.5.1 - 7.5.5

## Svar på veiledningsoppgaver

### Oppgave 1.

- a) ingen                                      b) (0,0) er lokalt min.                      c) (0,0) er lokalt min.                      d) (1,0) er lokalt min.  
e) (0,0) er sadelpunkt og (1,1) er lokalt min.                      f) (1,0) er sadelpunkt og (-1,0) er lokalt min.  
g) ingen; (0,0) er kritisk punkt                      h) (0,0) er lokalt maks. og  $(\pm 1, \pm 1)$  er sadelpunkt

### Oppgave 2.

- a)  $5 + 2(x - 1) + 3(y - 1)$                       b)  $2 + 2(x - 1) + 2(y - 1)$                       c)  $7 + 2(x - 1) + 12(y - 1)$   
d)  $3 + 8(y - 1)$                       e)  $-1$                       f)  $3 + 2(y - 1)$

### Oppgave 3.

- a)  $f$  har lokalt min. i (1,1) og sadelpunkt i (0,0), og  $g$  har lokalt min. i (-1,0) og sadelpunkt i (1,0)  
b)  $f$  er funksjonen i e) og  $g$  er funksjonen i f)

### Oppgave 4.

- a) ingen globale maks./min.                      b) (0,0) er globalt min.                      c) (0,0) er globalt min.  
d) (1,0) er globalt min.                      e) ingen globale maks./min.                      f) ingen globale maks./min.  
g) (0,0) er globalt min.                      h) ingen globale maks./min.

### Oppgave 5.

- a) (0,0) er sadelpunkt                      b) (0,0), (0, - 1) er sadelpunkt,  $(3/25, - 3/5)$  er lokalt maks.  
c) (0,0) er lokalt (og globalt) maks.

### Oppgave 6.

Fullstendig løsning finnes i oppgaveboken [O].